

Bölüm 8: Borularda sürtünmeli Akış



Internal flows through pipes, elbows, tees, valves, etc., as in this oil refinery, are found in nearly every industry.

Royalty Free/CORBIS

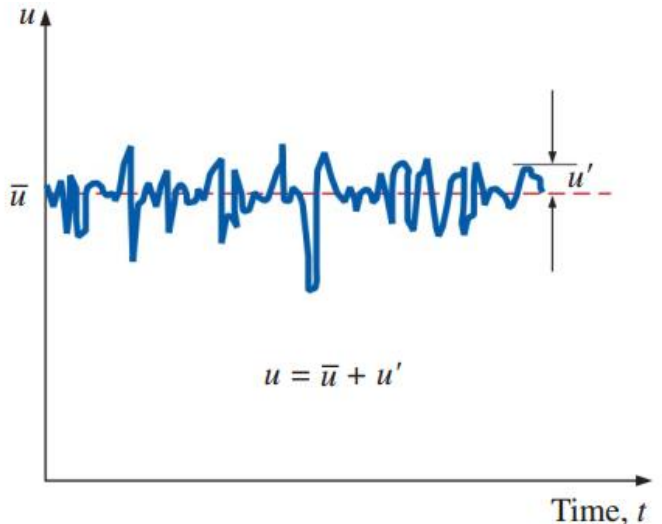
Laminer ve Türbülanslı Akış

Laminer Akış:

- Çalkantısız akışkan tabakaları ile karakterize edilen **çok düzenli akışkan hareketi** laminer akış olarak adlandırılır.

Türbülanslı Akış:

- Yüksek hızlarda görülen ve hız çalkantıları ile nitelendirilen **çok düzensiz akışkan hareketi** türbülanslı akış olarak adlandırılır.



Fluctuations of the velocity component u with time at a specified location in turbulent flow.



Laminer ve Türbülanslı Akış

- ❖ Laminer akıştan türbülanslı akışa geçiş aniden olmaz ve bir ara akış rejimi yaşanır.
- ❖ Türbülanslı akıştaki hızlı değişimlerin sonucunda, akışkanın yoğun bir şekilde karışması, akışkan parçacıkları arasındaki momentum geçişini artırır.
- ❖ Bu da yüzeydeki sürtünme kuvvetini ve dolayısıyla, gerekli olan pompa gücünü artırır.

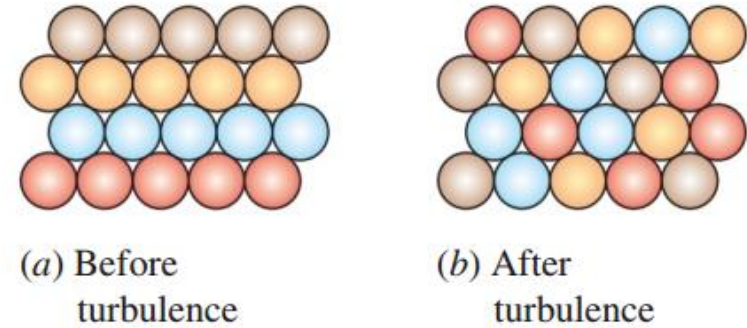
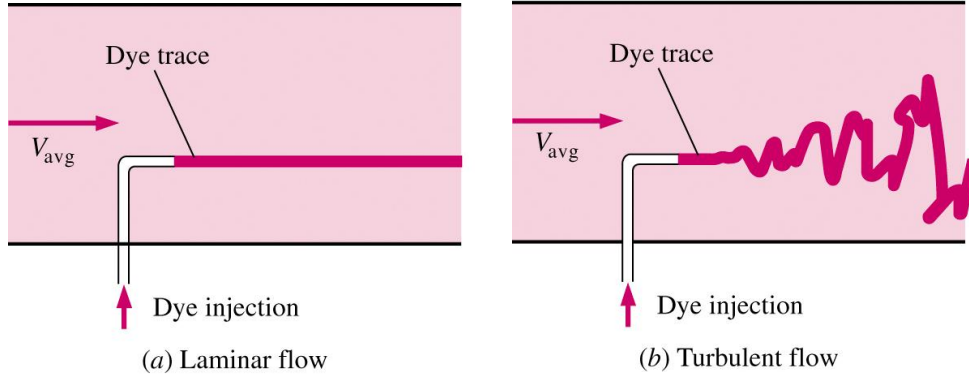


FIGURE 8–20

The intense mixing in turbulent flow brings fluid particles at different momentums into close contact and thus enhances momentum transfer.

$$Re = \frac{\rho V_{ort} D}{\mu}$$

Laminerden türbülanslı akışa geçiş,

- *geometri,*
- *yüzey pürüzlülüğü,*
- *akış hızı,*
- *yüzey sıcaklığı,*
- *akışkan türü* ve daha birçok şeye bağlıdır.

Osborne Reynolds, 1880 yılındaki detaylı deneylerden sonra, **akış rejiminin esasen, akışkandaki atalet kuvvetlerinin, viskoz kuvvetlere oranına bağlı** olduğunu keşfetmiştir. Bu orana **Reynolds sayısı** denir

ρ : yoğunluk (kg/m^3)

ν : kinematik viskozite (m^2/s)

$$\mu = \rho \nu$$

V : hız (m/s)

D : Boru çapı (m)

Kritik Reynolds Sayısı

- ❖ Akışın türbülanslı olmaya başladığı Reynolds sayısına **kritik Reynolds sayısı** denir.
- ❖ Farklı geometriler ve akış şartları için kritik Reynolds sayısının değeri farklıdır.
- ❖ **Dairesel borudaki iç akış için kritik Reynolds sayısının** genelde kabul edilen değeri **2300**'dür.

$$Re = \frac{\rho V_{ort} D}{\mu}$$

$$Re \approx 2300$$

Laminer akış

$$2300 \approx Re \approx 4000$$

Geçiş akışı

$$Re \approx 4000$$

Türbülanslı akış

Hidrolik Çap

- ❖ **Dairesel olmayan borularda**ki akışlar için Reynolds Sayısı **Hidrolik Çap** D_h kullanılarak hesaplanır.

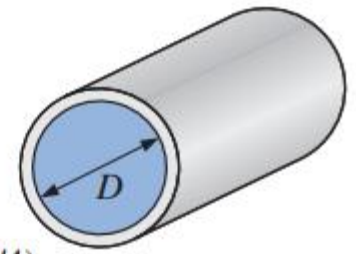
D_h : Hidrolik çapı (m)

$$D_h = \frac{4A_c}{p}$$

Kesit alanı

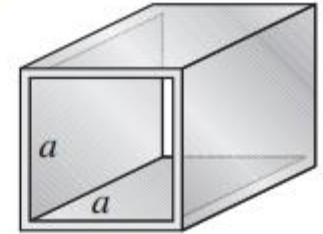
Islak çevre

Circular tube:



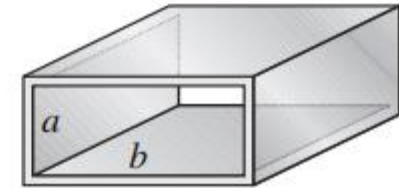
$$D_h = \frac{4(\pi D^2/4)}{\pi D} = D$$

Square duct:



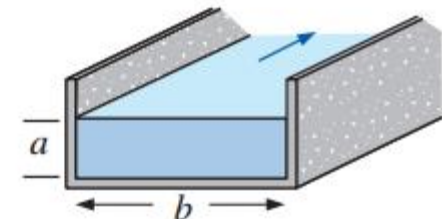
$$D_h = \frac{4a^2}{4a} = a$$

Rectangular duct:



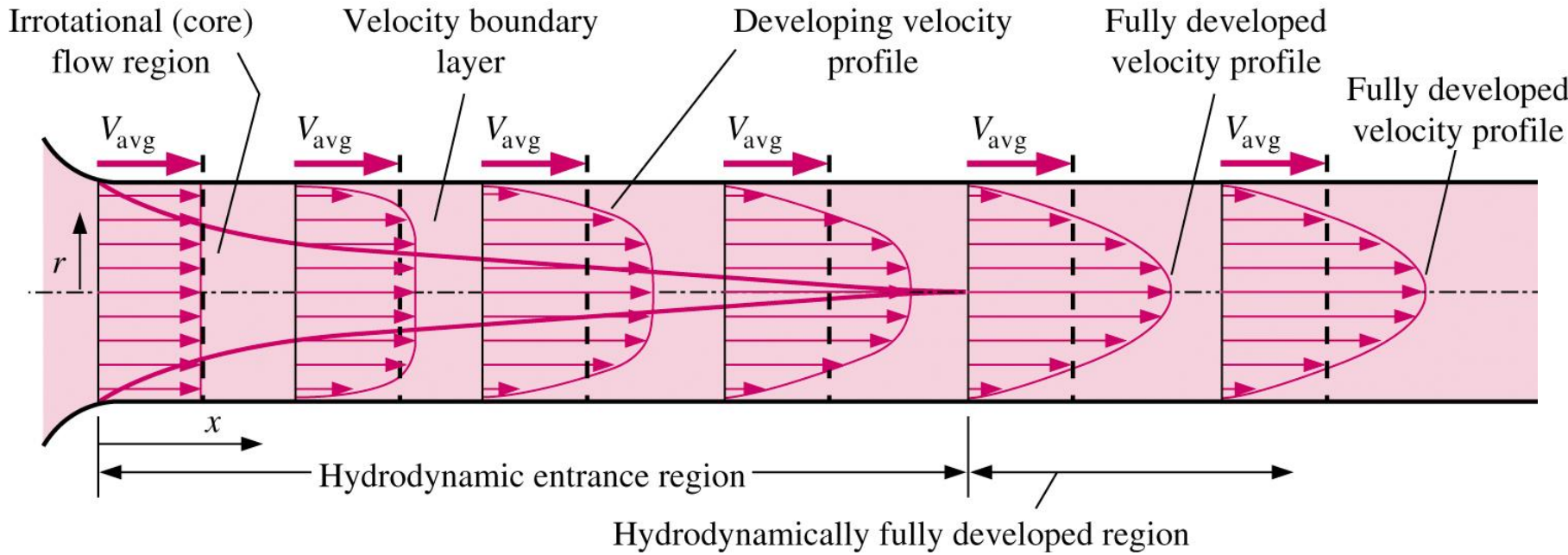
$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

Channel:



$$D_h = \frac{4ab}{2a+b}$$

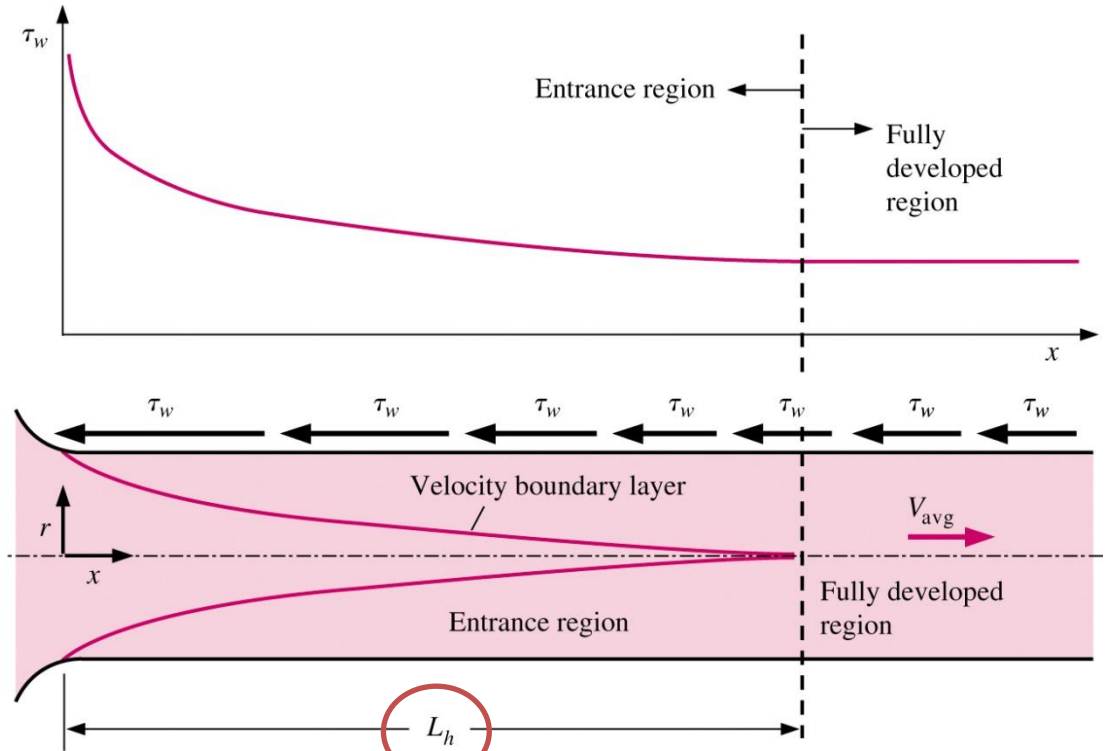
Giriş Bölgesi



- ❖ Akışkan viskozitesinin neden olduğu viskoz kayma kuvvetlerinin etkisinin hissedildiği akış bölgesine **hız sınır tabakası** veya sadece **sınır tabaka** denir.
- ❖ Varsayılan sınır yüzeyi, borudaki akışı iki bölgeye ayırır: viskoz etkilerin ve hız değişimlerinin önemli olduğu **sınır tabaka bölgesi** ve sürtünme kuvvetlerinin ihmal edilebilir olduğu ve özellikle radyal yönde hızın sabit kaldığı **dönümsüz akış bölgesi (çekirdek kısmı)**.
- ❖ **Akış tam gelişmiş olduğunda sürtünme katsayısı maksimum değerine ulaşır.**

Giriş Bölgesi

- ❖ Gelişmekte olan akış bölgesinde $u = u(x, r)$ olmasına karşın tam gelişmiş bölgede $u = u(r)$ 'dir ve bir boyutludur.
- ❖ Boru çeperindeki kayma gerilmesi yüzeydeki hız profilinin eğimi ile ilgilidir. Hidrodinamik olarak tam gelişmiş bölgede hız profili gibi bu bölgede çeper kayma gerilmesi de sabit kalır. Zira bu bölgede hız profili ve viskozite değişmez.



Giriş Uzunluğu

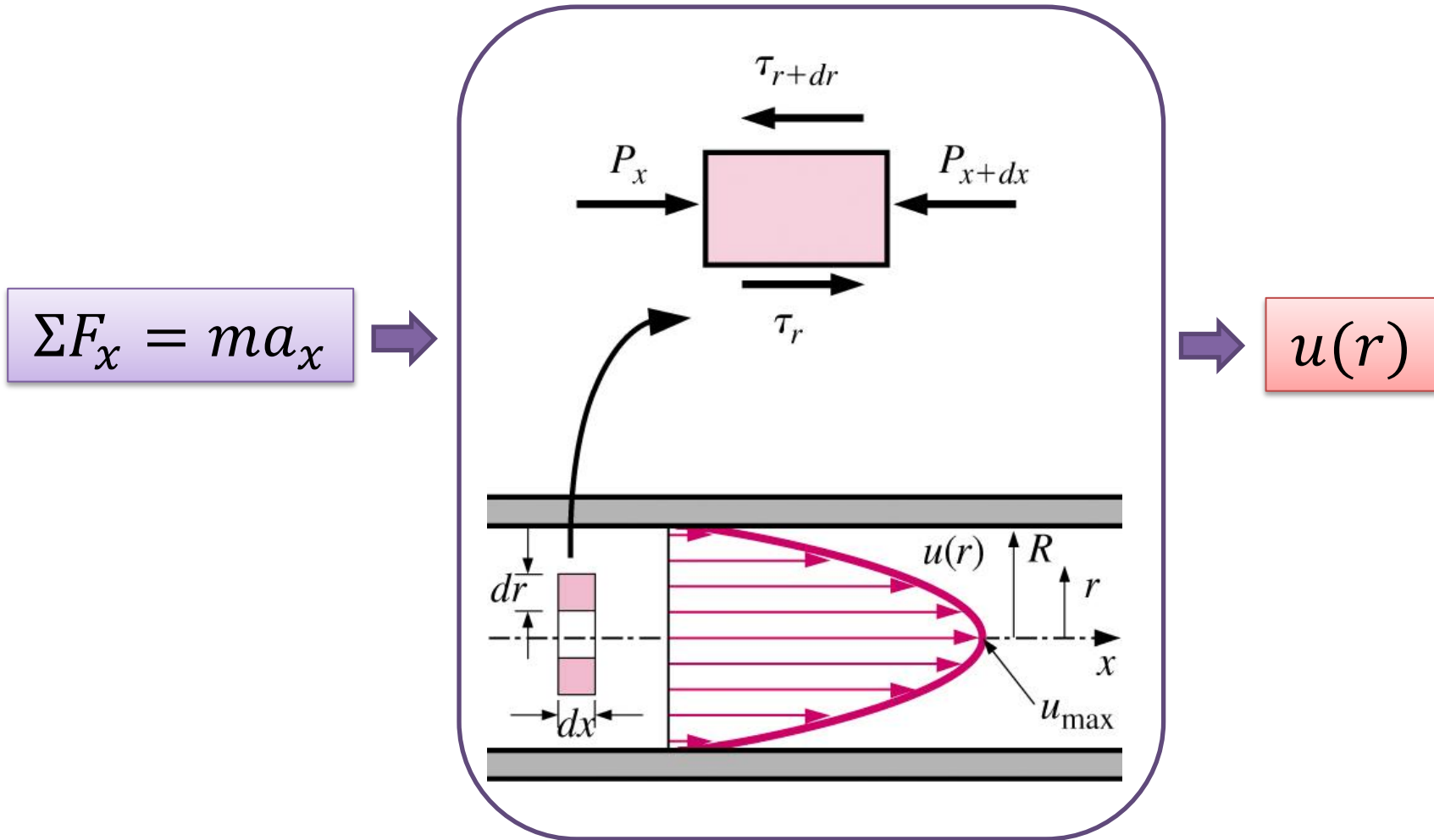
$$L_{h,laminer} \cong 0.05DRe$$

$$L_{h,türbülans} = 1.359Re^{1/4}$$

$$L_{h,türbülans} \cong 10D$$

Borularda Laminer Akış (Re < 2300)

- ❖ Dairesel düz bir borunun **tam gelişmiş akış** bölgesinde, özellikleri değişmeyen **daimi** ve **sıkıştırılamaz** akışkanın **laminer akış**ını ele alalım:



Borularda Laminer Akış (Re < 2300)

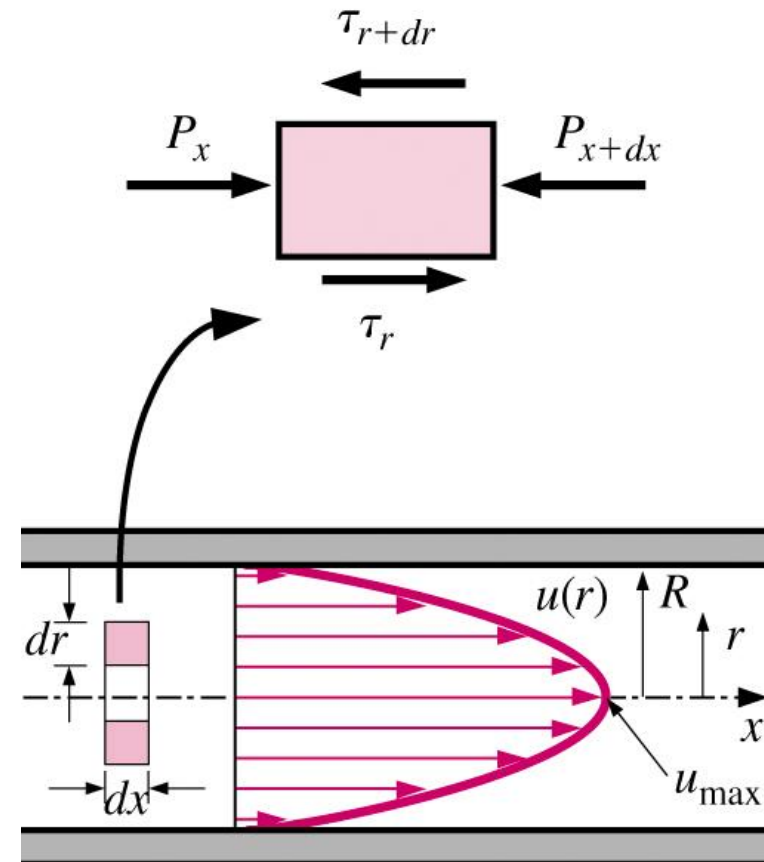
$$\frac{(2\pi r dr P)_x - (2\pi r dr P)_{x+dx} + (2\pi r dx \tau)_r - (2\pi r dx \tau)_{r+dr}}{2\pi dr dx} = 0$$

$$r \frac{P_{x+dx} - P_x}{dx} + \frac{(r\tau)_{r+dr} - (r\tau)_r}{dr} = 0$$

Taking the limit as $dr, dx \rightarrow 0$ gives

$$r \frac{dP}{dx} + \frac{d(r\tau)}{dr} = 0 \quad \leftarrow \tau = -\mu(du/dr)$$

$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \frac{dP}{dx}$$



Borularda Laminer Akış (Re < 2300)

$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \frac{dP}{dx}$$

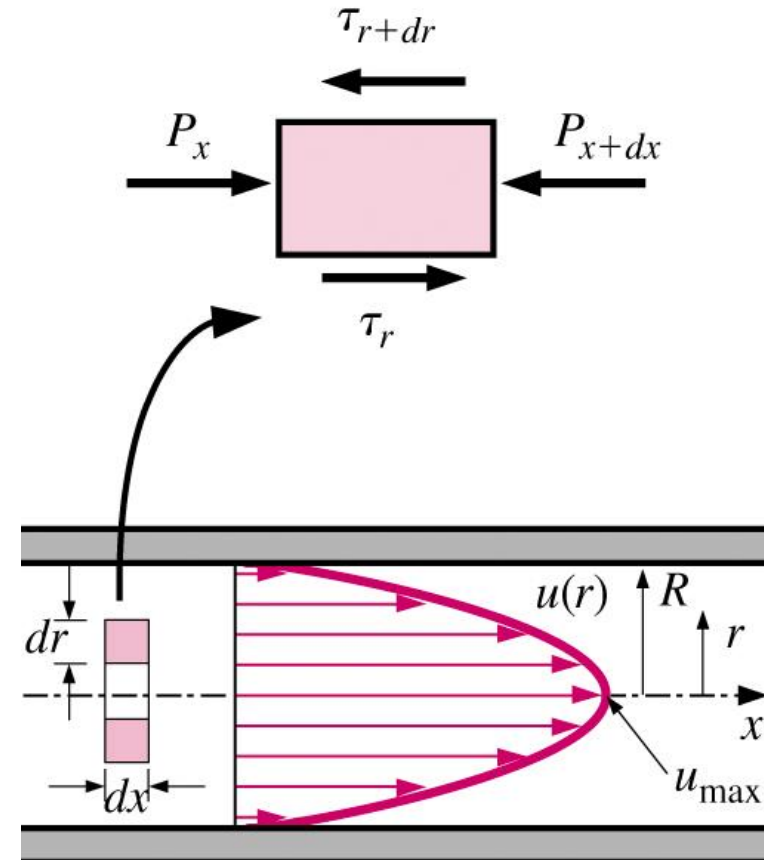
$$u(r) = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) + C_1 \ln r + C_2$$

boundary conditions

$$r = 0 \quad \rightarrow \quad \partial u / \partial r = 0$$

$$r = R \quad \rightarrow \quad u = 0$$

$$u(r) = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$



Borularda Laminer Akış (Re < 2300)

$$u(r) = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$u(r) = u_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

Ortalama hız (m/s)

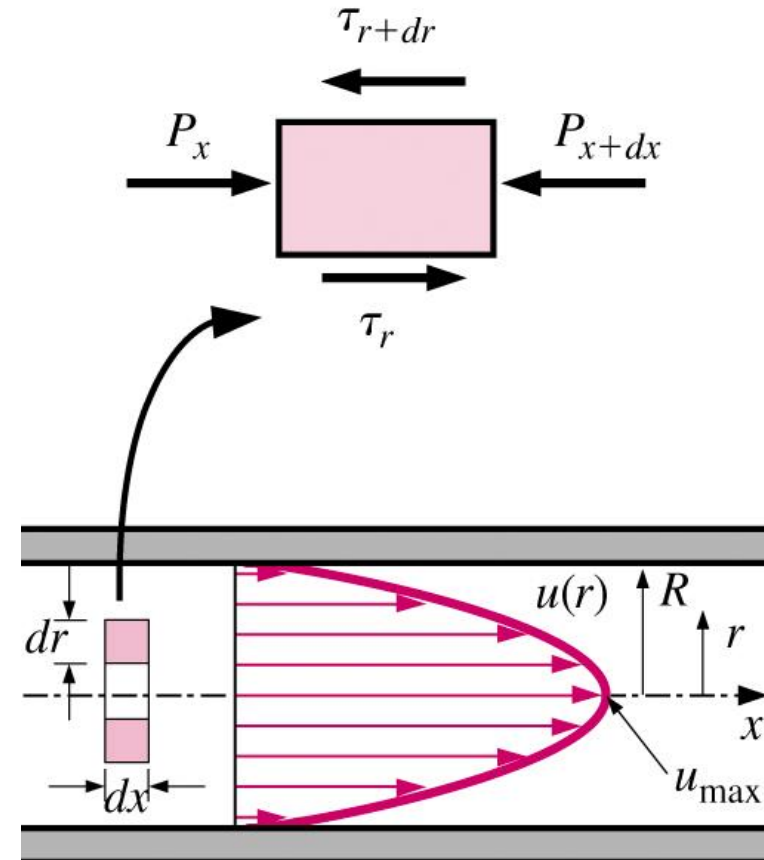
$$u_{ort} = \frac{\int_0^R u(r) 2\pi r dr}{\pi R^2} = -\frac{R^2}{8\mu} \frac{dP}{dx}$$

Maksimum hız (m/s)

$$u_{\max} = -\frac{R^2}{4\mu} \frac{dP}{dx} = 2u_{ort}$$

Hacimsel debi (m³/s)

$$\dot{V} = u_{ort} A_c$$



Basınç Düşüşü ve Yük Kaybı

$$u(r) = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad \leftarrow \quad \frac{dP}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{L}$$

Basınç Düşüşü

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{8\mu L u_{ort}}{R^2} = \frac{32\mu L u_{ort}}{D^2} \quad (\text{Pa})$$

Basınç Kaybı

$$\Delta P_L = f \frac{L \rho u_{ort}^2}{D} \quad (\text{Pa})$$

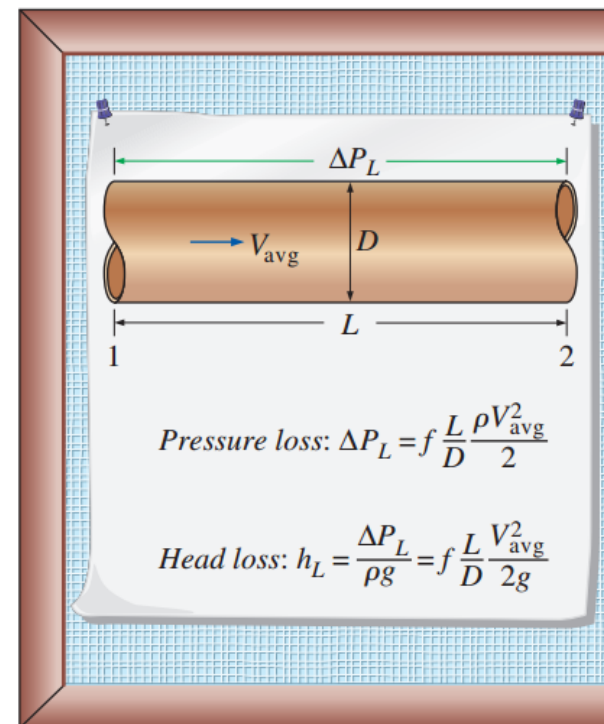
Darcy-Weisbach
Bağıntısı

Darcy-Weisbach
Sürtünme faktörü

$$f = \frac{64}{Re}$$

Yük Kaybı

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L u_{ort}^2}{D} \quad (\text{m})$$



Basınç kaybı (yük kaybı) bağıntısı akışkanlar mekaniğindeki en temel bağıntılardan biridir. Bu bağıntı laminar ve türbülanslı akışlar, dairesel veya dairesel olmayan borular ile pürüzsüz veya pürüzlü borular için geçerlidir.

Basınç Düşüşü ve Yük Kaybı

Basınç Kaybı

$$\Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho u_{ort}^2}{2} \quad (\text{Pa})$$

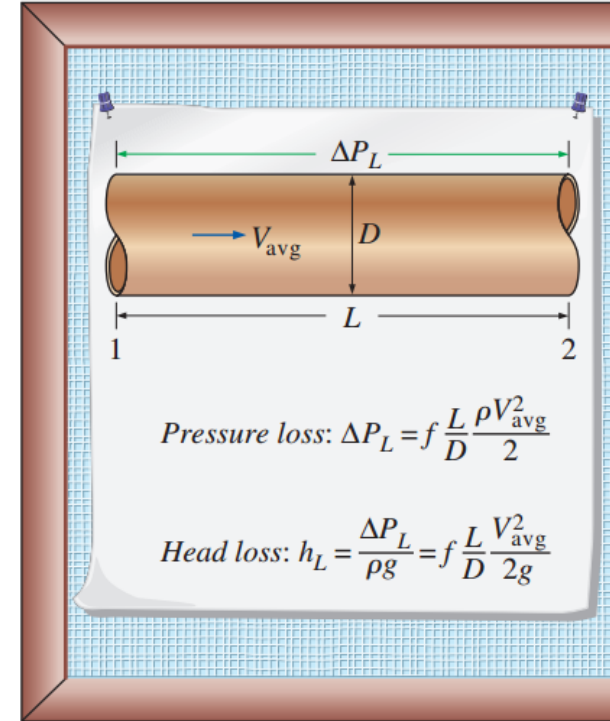
Darcy-Weisbach
Bağıntısı

Darcy-Weisbach
Sürtünme faktörü

Yük Kaybı

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{u_{ort}^2}{2g} \quad (\text{m})$$

Darcy-Weisbach bağıntısı borudaki sürtünmelerden kaynaklanan basınç kaybını (yük kaybını) yenmek için pompa tarafından akışkan verilmesi gereken ilave basıncı (yada yüksekliği) temsil eder.



Basınç kaybı (yük kaybı) bağıntısı akışkanlar mekaniğindeki en temel bağıntılardan biridir. Bu bağıntı laminar ve türbülanslı akışlar, dairesel veya dairesel olmayan borular ile pürüzsüz veya pürüzlü borular için geçerlidir.

Basınç Düşüşü ve Yük Kaybı

Basınç düşüşü bilindiği zaman basınç kaybını yenmek için gerekli pompalama gücü hesaplanabilir:

Pompalama gücü (W)

$$\dot{W}_{pompa} = \dot{V} \times \Delta P$$

Hacimsel debi (m³/s)

Basınç düşüşü (Pa)

$$\dot{V} = u_{ort} A_c$$

$$u_{ort} = -\frac{R^2}{8\mu} \frac{dP}{dx}$$

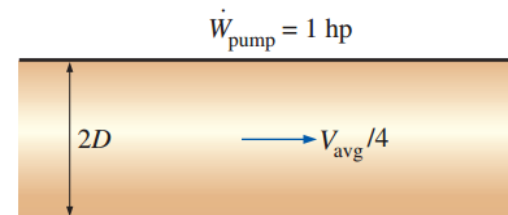
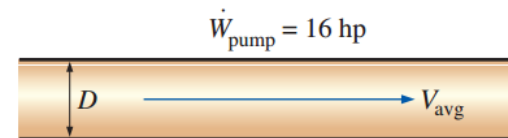
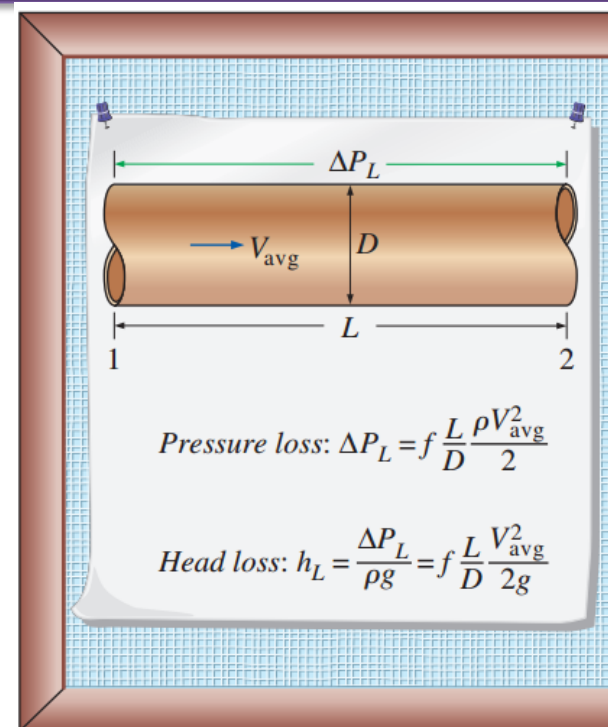
$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{L}$$

$$u_{ort} = \frac{\Delta P D^2}{32\mu L}$$

Yatay boru için:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \Delta P_L = \rho g h_L$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L$$



Eğimli Borularda Laminer Akış

$$(2\pi r dr P)_x - (2\pi r dr P)_{x+dx} + (2\pi r dx \tau)_r - (2\pi r dx \tau)_{r+dr} - \boxed{\rho g(2\pi r dr dx) \sin \theta} = 0$$

$$2\pi r dr dx$$

$$\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \frac{dP}{dx} + \boxed{\rho g \sin \theta}$$

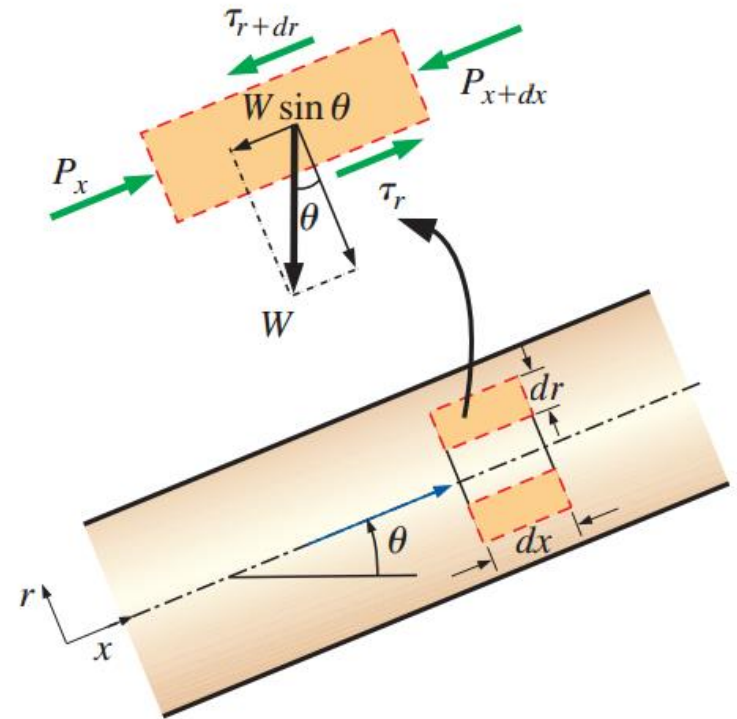
$$\boxed{u(r) = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dx} + \rho g \sin \theta \right) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)}$$

Ortalama hız (m/s)

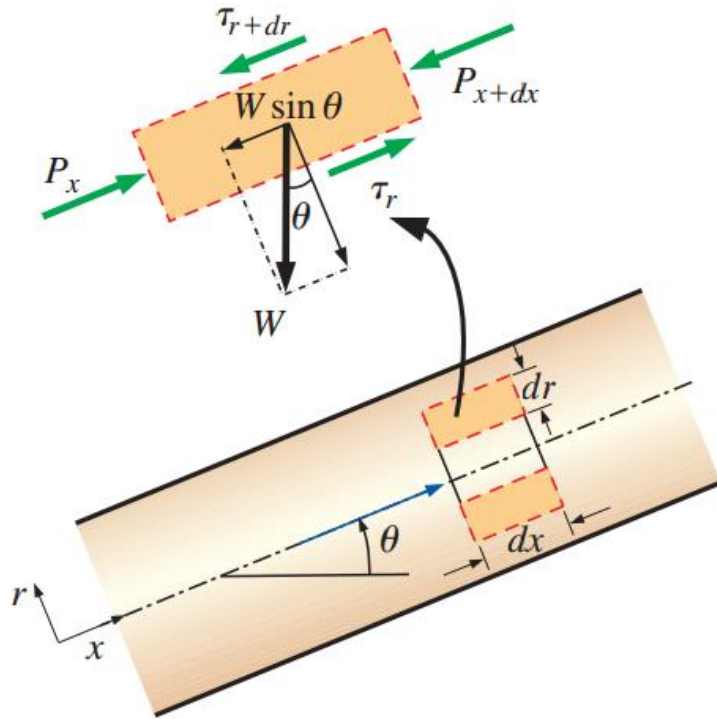
$$u_{ort} = \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) D^2}{32\mu L}$$

Hacimsel debi (m³/s)

$$\dot{V} = \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) \pi D^2}{128\mu L}$$



Eğimli Borularda Laminer Akış



Laminar Flow in Circular Pipes

(Fully developed flow with no pump or turbine in the flow section, and

$$\Delta P = P_1 - P_2)$$

Horizontal pipe: $\dot{V} = \frac{\Delta P \pi D^4}{128 \mu L}$

Inclined pipe: $\dot{V} = \frac{(\Delta P - \rho g L \sin \theta) \pi D^4}{128 \mu L}$

Uphill flow: $\theta > 0$ and $\sin \theta > 0$

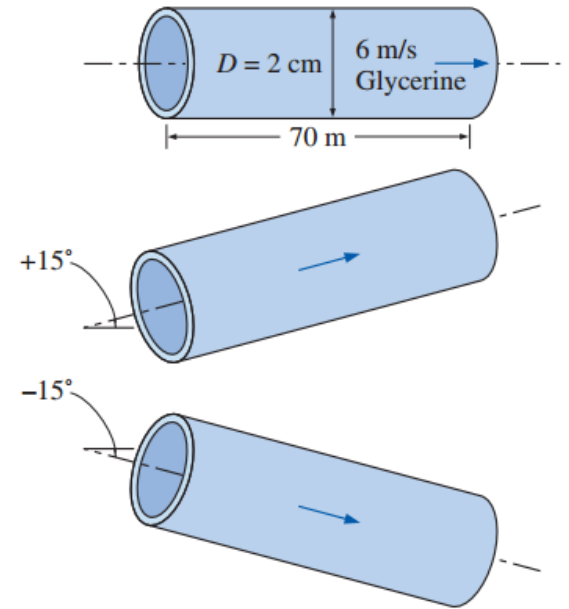
Downhill flow: $\theta < 0$ and $\sin \theta < 0$

The relations developed for fully developed laminar flow through horizontal pipes can also be used for inclined pipes by replacing ΔP with $\Delta P - \rho g L \sin \theta$.

Örnek 8.1

EXAMPLE 8-1 Laminar Flow in Horizontal and Inclined Pipes

Consider the fully developed flow of glycerin at 40°C through a 70-m-long, 4-cm-diameter, horizontal, circular pipe. If the flow velocity at the centerline is measured to be 6 m/s, determine the velocity profile and the pressure difference across this 70-m-long section of the pipe, and the useful pumping power required to maintain this flow. For the same useful pumping power input, determine the percent increase of the flow rate if the pipe is inclined 15° downward and the percent decrease if it is inclined 15° upward. The pump is located outside this pipe section.



Borularda Türbülanslı Akış

Darcy-Weisbach Bağntısı

Basınç Kaybı

$$\Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho u_{ort}^2}{2} \quad (\text{Pa})$$

Yük Kaybı

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{u_{ort}^2}{2g} \quad (\text{m})$$

f : Darcy-Weisbach Sürtünme faktörü

Laminer akış

$$f = \frac{64}{Re}$$

Türbülanslı akış

Colebrook Denklemi

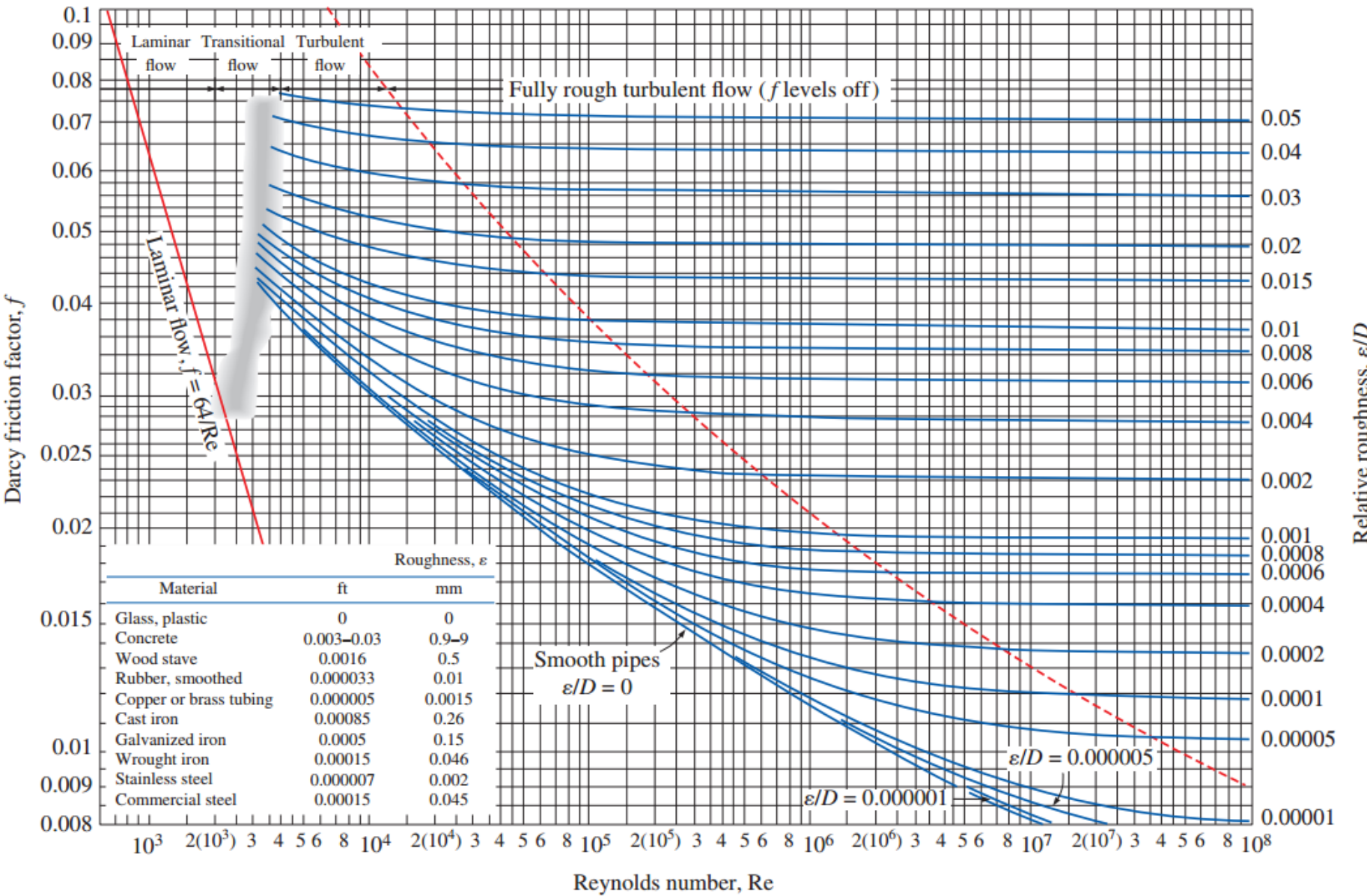
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

Haaland Denklemi

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \cong -1.8 \log \left[\frac{6.9}{Re} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} \right]$$

Moody Diyagramı

Borularda Türbülanslı Akış (Moody Diyagramı)



Borularda Türbülanslı Akış (Bağıl pürüzlülük, ϵ)

TABLE 8–2

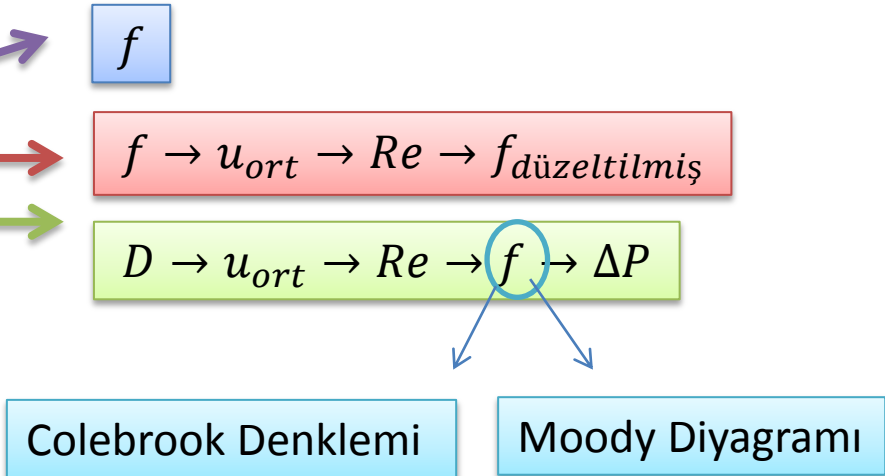
Equivalent roughness values for new commercial pipes*

Material	Roughness, ϵ	
	ft	mm
Glass, plastic	0 (smooth)	
Concrete	0.003–0.03	0.9–9
Wood stave	0.0016	0.5
Rubber, smoothed	0.000033	0.01
Copper or brass tubing	0.000005	0.0015
Cast iron	0.00085	0.26
Galvanized iron	0.0005	0.15
Wrought iron	0.00015	0.046
Stainless steel	0.000007	0.002
Commercial steel	0.00015	0.045

Borularda Türbülanslı Akış (Problem Türleri)

1. Determining the **pressure drop** (or head loss) when the pipe length and diameter are given for a specified flow rate (or velocity)
2. Determining the **flow rate** when the pipe length and diameter are given for a specified pressure drop (or head loss)
3. Determining the **pipe diameter** when the pipe length and flow rate are given for a specified pressure drop (or head loss)

Problem type	Given	Find
1	L, D, \dot{V}	ΔP (or h_L)
2	$L, D, \Delta P$	\dot{V}
3	$L, \Delta P, \dot{V}$	D



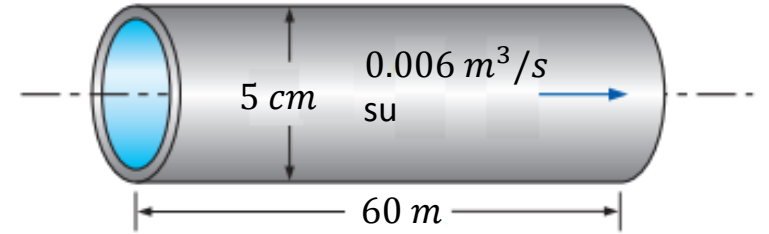
The three types of problems encountered in pipe flow.

Örnek 8.2 (1.Tip Problem)

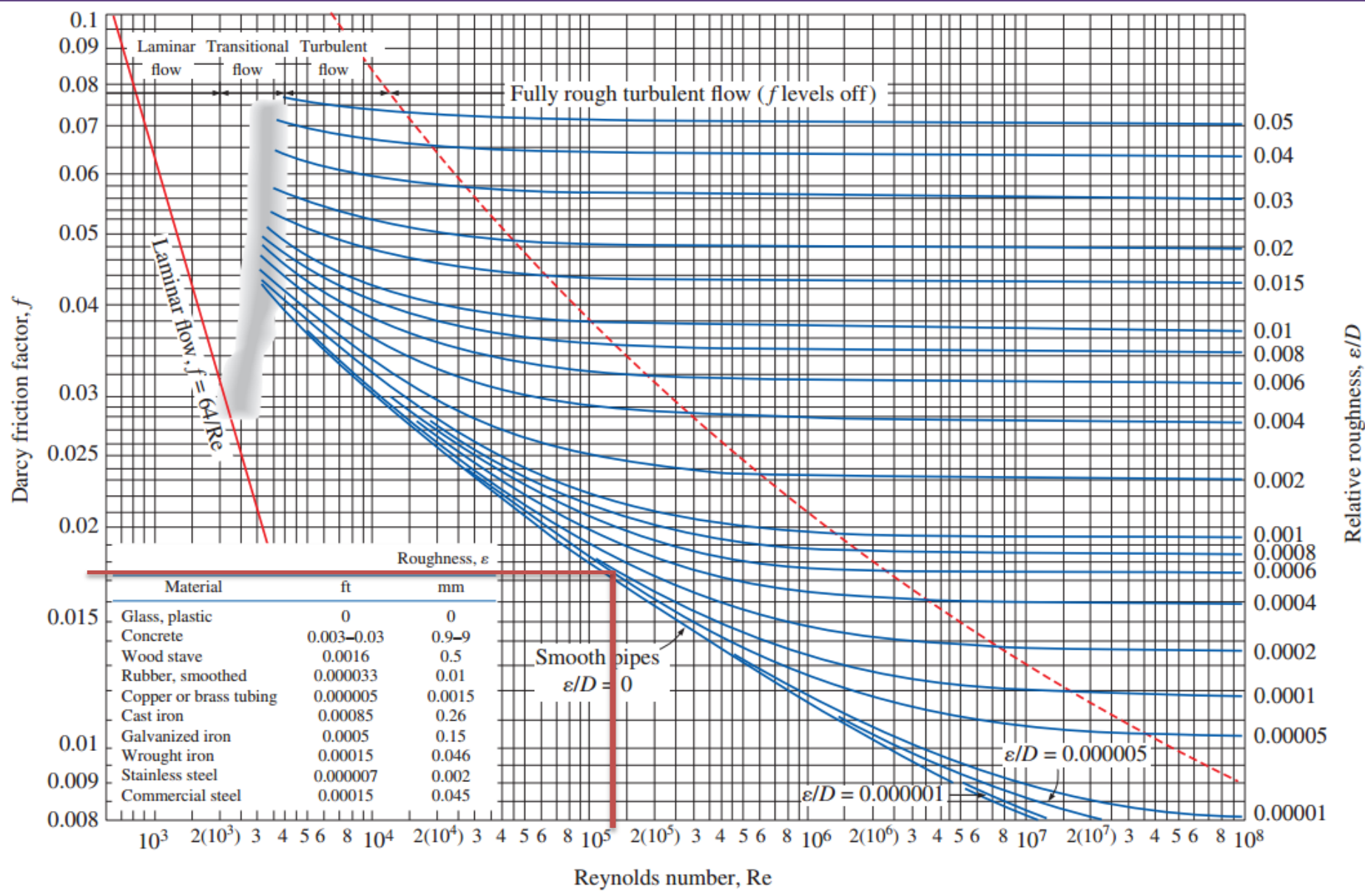
Sıcaklığı 15 °C olan su 5 cm çapındaki yatay paslanmaz çelik borudan 0.006 m³/s debi ile daimi olarak akmaktadır. Borunun 60 m'lik bölümünde meydana gelen **yük kaybı**nı, basınç düşüşünü ve bu akışı sürdürebilmek için gerekli pompalama gücünü bulunuz.

$$\rho_{su} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_{su} = 1.138 \times 10^{-3} \text{ kg/ms}$$



Örnek 8.2 (1.Tip Problem)



Örnek 8.3 (2.Tip Problem)

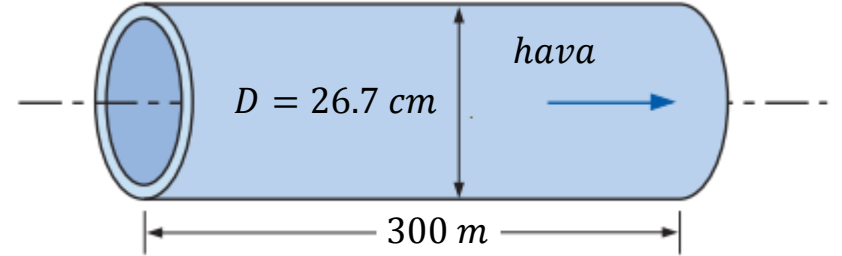
1 atm basınç ve 35 °C'de ısıtılmış hava, 300 m uzunluğunda, 26.7 cm çapındaki dairesel plastik borudan taşınmaktadır. Borudaki yük kaybının 20 m'yi aşmaması istendiğine göre borudan akan havanın **debi**sinin belirleyiniz.

$$\rho_{hava} = 1.145 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu_{hava} = 1.655 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Colebrook Denklemi

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right)$$



Örnek 8.4 (3.Tip Problem)

1 atm basınç ve 35 °C'de ısıtılmış hava, 150 m uzunluğundaki dairesel plastik bir borudan 0.35 m³/s debi ile taşınmaktadır. Borudaki yük kaybının 20 m'yi aşmaması istendiğine göre minimum **boru çapını** hesaplayınız.

$$\rho_{hava} = 1.145 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu_{hava} = 1.655 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Colebrook Denklemi

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right)$$

