

MÜHENDİSLİK MATEMATİĞİ

İLKBAHAR 2016-2017


FİNAL SINAVI

24.05.2017

Talimatlar: Sınavı tamamlamak için **120 dakikanız** var. Sınav sırasında sadece kendi hesap makinenizi kullanabilirsiniz. Cep telefonlarınız kapalı olmalıdır. Cevaplarınızı yazmak için her sorunun altındaki boşluğu kullanınız. Gerekirse fazla boş kağıt dağıtılacaktır. Sınavın **ilk 10 dakikasında** sınav ile ilgili soru sorabilirsiniz. **Ondan sonra soracağınız her soru için notunuzdan 5 puan düşülecektir.** Buna rağmen sorduğunuz soruya cevap alamayabilirsiniz. İyi şanslar!

Ad ve soyad: Ali İhsan Göker

Öğrenci numarası: N/A

İmza: 

CEVAP ANAHTARI

1. Aşağıda verilen A matrisinin tersini bulunuz. (20 puan)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-3 \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ \nearrow \frac{1}{3} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -1 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

2. Aşağıda verilen matrisin özdeğerlerini bulunuz. (15 puan)

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -1 & \frac{2}{3} & 0 \\ 5 & -8 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

$$\det(\lambda I - A) = \begin{vmatrix} (\lambda - \frac{1}{2}) & 0 & 0 \\ -1 & (\lambda - \frac{2}{3}) & 0 \\ 5 & -8 & (\lambda + \frac{1}{4}) \end{vmatrix} = 0$$

$$(\lambda - \frac{1}{2}) \cdot (\lambda - \frac{2}{3}) \cdot (\lambda + \frac{1}{4}) = 0$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{2}{3}, \quad \lambda_3 = -\frac{1}{4}$$

3. Aşağıda verilen veri setinin

x	-2	0	2	4	6	8	10
f(x)	12	3	-4	6	2	5	1

a. Trapezoid kuralıyla integralini alın. (10 puan)

$$\bar{I} = 2 \cdot \frac{12+3}{2} + 2 \cdot \frac{3-4}{2} + 2 \cdot \frac{-4+6}{2} + 2 \cdot \frac{6+2}{2} + 2 \cdot \frac{2+5}{2} + 2 \cdot \frac{5+1}{2}$$

$$\bar{I} = 37$$

b. Simpson'un 1/3 kuralıyla integralini alın. (10 puan)

$$\bar{I} = 4 \cdot \frac{12+4 \cdot 3 - 4}{6} + 4 \cdot \frac{-4+4 \cdot 6+2}{6} + 4 \cdot \frac{2+4 \cdot 5+1}{6}$$

$$\bar{I} = 43,3$$

c. Simpson'un 3/8 kuralıyla integralini alın. (10 puan)

$$\bar{I} = 6 \cdot \frac{12+3 \cdot 3+3(-4)+6}{8} + 6 \cdot \frac{6+3 \cdot 2+3 \cdot 5+1}{8} = 32,25$$

$$\bar{I} = 32,25$$

4. $f(x)=e^{2x}+\ln(x)+3$ fonksiyonunun $x_0=2$ noktasındaki ikinci türevini $h=0,1$ adım uzunluğuyula ileri, geri ve merkezi fark türev formülleri ile bulunuz. (15 puan)

$$x_{-2} = 1,8 \quad y_{-2} = 40,19$$

$$x_{-1} = 1,9 \quad y_{-1} = 48,29$$

$$x_0 = 2,0 \quad y_0 = 58,19$$

$$x_1 = 2,1 \quad y_1 = 70,27$$

$$x_2 = 2,2 \quad y_2 = 85,04$$

$$y_0'' = \frac{85,04 - 2 \cdot 70,27 + 58,19}{0,01} = 269 \quad \text{ileri}$$

$$y_0'' = \frac{58,19 - 2 \cdot 48,29 + 40,19}{0,01} = 180 \quad \text{geri}$$

$$y_0'' = \frac{70,27 - 2 \cdot 58,19 + 48,29}{0,01} = 218 \quad \text{merkezi}$$

5. $\frac{dy}{dx} = yx^2 - 1,2y$ diferansiyel denklemini $x=0$ 'dan $x=1$ 'e kadar $h=0,5$ adım uzunluğu ve $y(0)=1$ ilk şartını kullanarak Heun metoduyla çözünüz. (20 puan)

$$y_1^0 = y_0 + f(x_0, y_0) \cdot h$$

$$y_1^0 = 1 - 1,2 \cdot 0,5 = 0,4 \quad (\text{tahmin})$$

$$f(0,5, 0,4) = -0,38$$

$$y_1 = 1 + \frac{-1,2 - 0,38}{2} \cdot 0,5 = 0,605 \quad (\text{doğrulama})$$

$$y(0,5) = 0,605$$

$$y_2^0 = y_1 + f(x_1, y_1) \cdot h$$

$$y_2^0 = 0,605 + f(0,5, 0,605) \cdot 0,5$$

$$y_2^0 = 0,605 - 0,574 \cdot 0,5 = 0,318 \quad (\text{tahmin})$$

$$f(1, 0,318) = -0,0636$$

$$y_2 = 0,605 + \frac{-0,0636 - 0,574}{2} \cdot 0,5 = 0,4456 \quad (\text{doğrulama})$$

$$y(1) = 0,4456$$