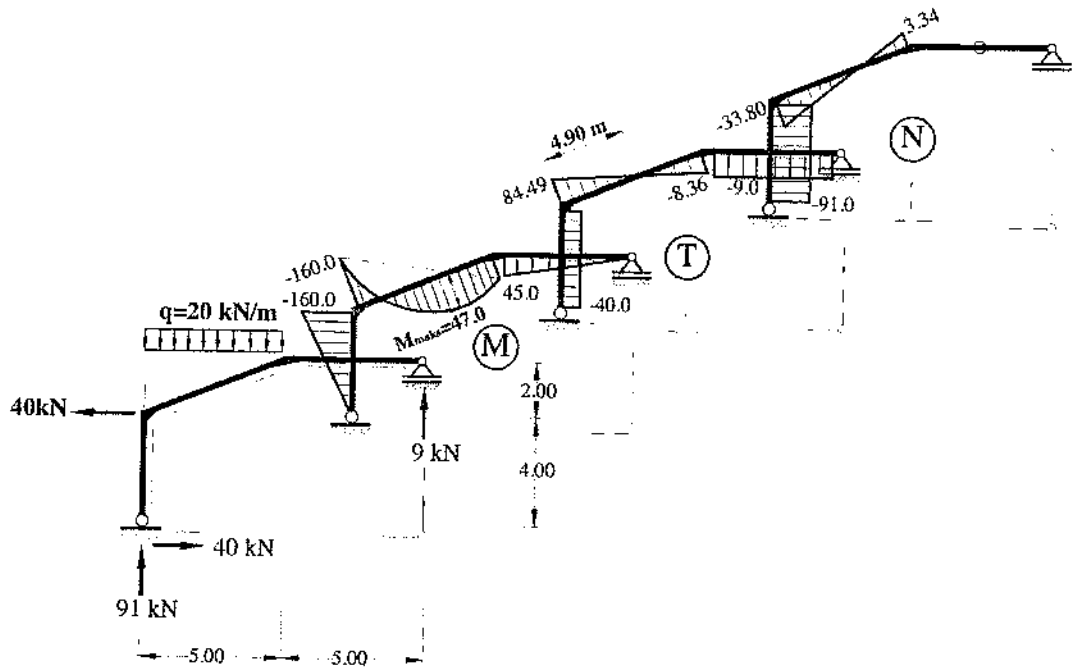


BÖLÜM 4

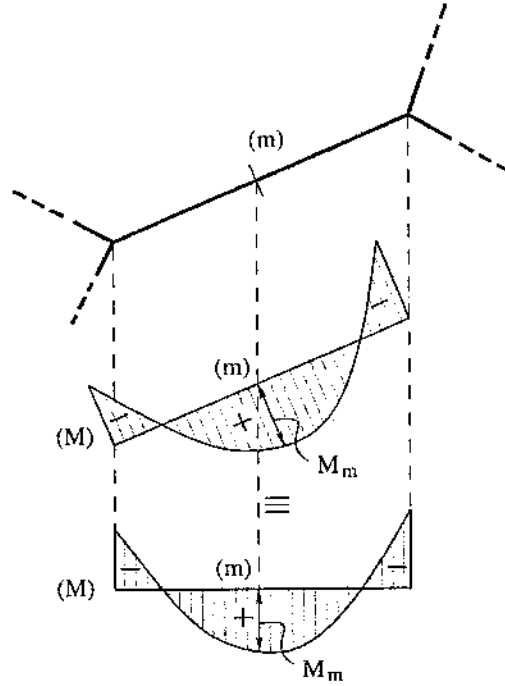
(İZOSTATİK SİSTEMLER) KESİT ZORLARI DİYAGRAMLARI



BÖLÜM 4: İZOSTATİK SİSTEMLERİN SABİT YÜKLERE GÖRE HESABI

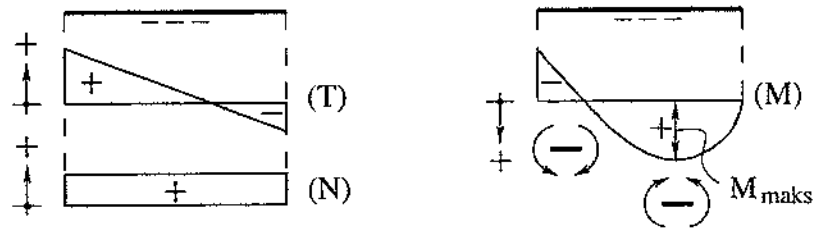
4.1 Kesit Zorları Diyagramları

Kesit zorlarının sistem üzerindeki değişimlerini ifade eden grafiklere **Kesit Zorları Diyagramları** denir. Düzlem çubuk sistemlerde M, N, T diyagramları olmak üzere üç çeşit kesit zoru diyagramı çizilir. Kesit zorları diyagramları sistemin şeması üzerinde veya yatay eksen üzerinde çizilirler. Bu diyagramların herhangi bir noktasındaki ordinatı o noktadaki kesit zorunun değerini verir.



4.1.1 Kesit zorları diyagramlarının çiziminde dikkat edilecek kurallar

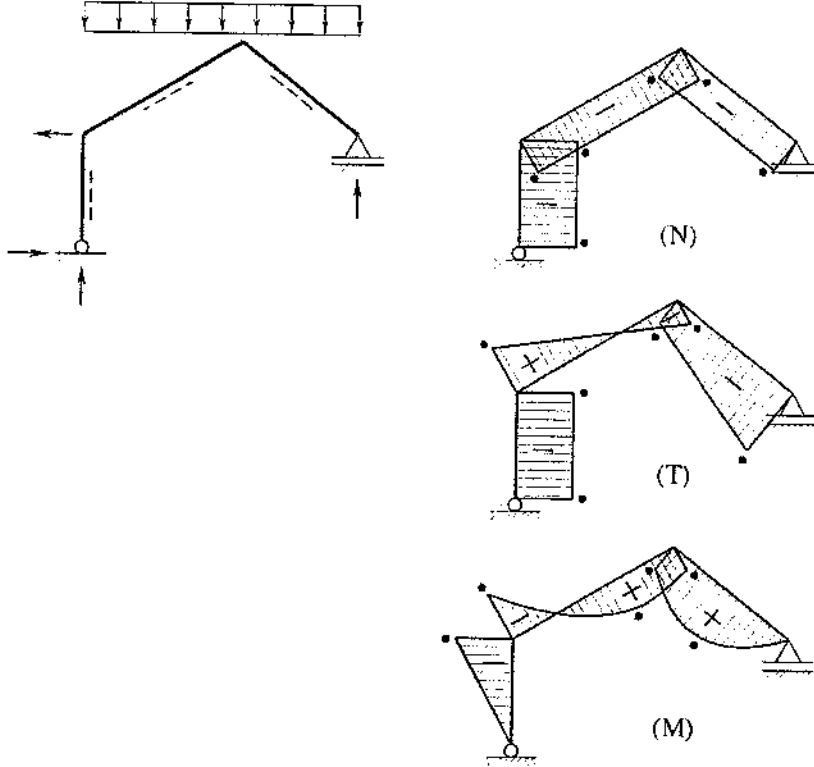
- 1- Diyagramlar ordinatları doğrultusunda taranırlar.
- 2- a) N ve T diyagramlarında pozitif ordinatlar bakış yönünün aksi tarafında
b) M diyagramında ise pozitif ordinatlar bakış yönü tarafında gösterilir.



3- Diyagramların (+) ve (-) bölgeleri işaretlenir ve kritik kesitlerdeki ordinatları üzerine yazılır.

4- Diyagramlar ölçekli veya yaklaşık olarak ölçekli çizilir.

Uygulama



4.1.2 Kesit zorları diyagramlarının çizimi

I. Yol : Sistemin bütün noktalarındaki (veya yeter derecede çok noktadaki) kesit zorları hesaplanarak M, N, T diyagramları çizilir. Bu yol çok fazla işlem gerektirdiğinden uzundur.

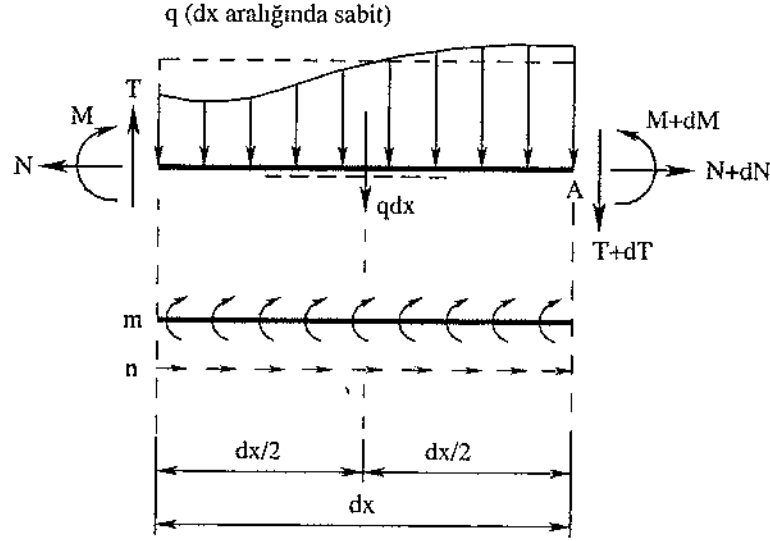
II. Yol :

- Sistem yeterli sayıda bölgeye ayrılır.
- Her bölgeye ait $M(x)$, $T(x)$, $N(x)$ kesit zorları fonksiyonları belirlenir.
- Bu fonksiyonların tanımlı oldukları bölgelerdeki grafikleri yanyana çizilerek M, N, T diyagramları elde edilir. Bu yol, genellikle pratik değildir.

III. Yol : Sistemin kritik kesitler adı verilen belirli sayıdaki kesitindeki kesit zorları hesaplanır. Bu kesit zorlarından ve bazı yardımcı bilgilerden yararlanılarak M , N , T diyagramları çizilir.

Kesit zorları diyagramlarının çiziminde, III. Yol ile yani kritik kesitlerden yararlanılarak hesap yapılacaktır. Bu yol ile hesapta, kritik kesitler arasındaki kesit zorlarının değişimleri bilinmelidir. Bu nedenle, yük, kesme kuvveti ve eğilme momenti arasındaki ilişkiler gözden geçirilecektir.

4.2 Yük-Kesme Kuvveti-Eğilme Momenti (q , T , M) Arasındaki Bağlantılar



q yayılı yükü dx aralığında sabit olmak üzere, izdüşüm ve moment denge denklemleri yazılır.

$$(\rightarrow+) \Sigma F_x = 0 \Rightarrow -N + ndx + N + dN = 0 \Rightarrow \frac{dN}{dx} = -n$$

$$n = 0 \Rightarrow \frac{dN}{dx} = 0 \Rightarrow N \rightarrow \text{sabit}$$

$$(\uparrow+) \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T - qdx - T - dT = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -q$$

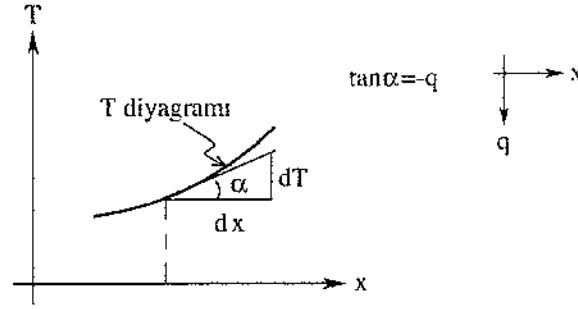
$$(\curvearrow+) \Sigma M_A = 0 \Rightarrow M + Tdx + mdx - qdx \frac{dx}{2} - M - dM = 0$$

$$q dx \frac{dx}{2} \equiv 0 \Rightarrow \frac{dM}{dx} = T + m$$

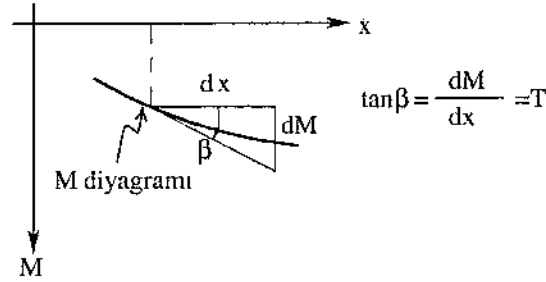
$$m = 0 \Rightarrow \frac{dM}{dx} = T$$

4.2.1 Sonuçlar

1- Kesme kuvveti fonksiyonunun türevi (-) işaretli yayılı yükün şiddetine eşittir. Yani, kesme kuvveti diyagramının herhangi bir noktasındaki eğimi (-) işaretli o noktadaki yayılı yükün şiddetine eşittir.



2- Eğilme momenti fonksiyonunun türevi (yayılı moment $m = 0$ olması halinde) kesme kuvvetine eşittir. Yani, eğilme momenti diyagramının herhangi bir noktasındaki eğimi o noktadaki kesme kuvvetinin şiddetine eşittir.



3- Örneğin,

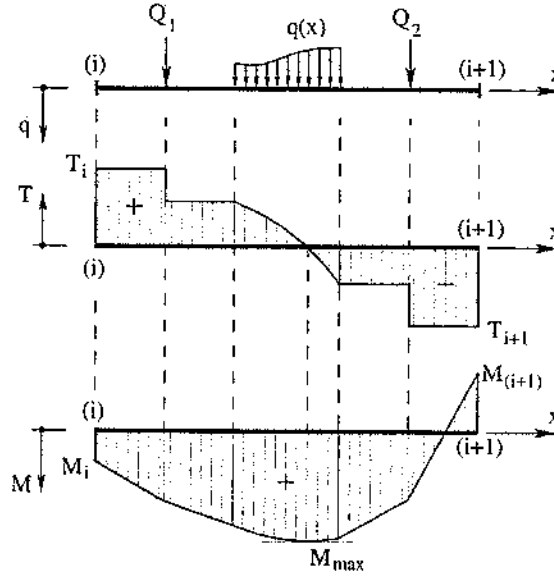
$q=0$ (yük yok) $\Rightarrow T \rightarrow$ sabit , $M \rightarrow 1.^{\circ}$ (doğrusal)

$q=\text{sabit}$ (düzgün yayılı yük) $\Rightarrow T \rightarrow 1.^{\circ}$ (doğrusal) , $M \rightarrow 2.^{\circ}$ (parabol)

$q=1.^{\circ}$ (doğrusal) (üçgen veya trapez yayılı yük)
 $\Rightarrow T \rightarrow 2.^{\circ}$ (parabol) , $M \rightarrow 3.^{\circ}$ (parabol)

4- a) Ardışık iki noktadaki kesme kuvvetlerinin farkı, (-) işaretli bu iki nokta arasındaki yüklerin toplamına eşittir.

b) Ardışık iki noktadaki eğilme momentlerinin farkı, bu iki nokta arasındaki kesme kuvveti diyagramının alanına eşittir.



$$\frac{dT}{dx} = -q \Rightarrow dT = -qdx$$

$$\int_i^{i+1} dT = - \left(\int_i^{i+1} q(x)dx + \sum Q_i \right) \Rightarrow T_{i+1} - T_i = - \left(\int_i^{i+1} q(x)dx + \sum Q_i \right)$$

$$\left(\int_i^{i+1} q(x)dx + \sum Q_i \right) : \text{yüklerin toplamı}$$

$$\frac{dM}{dx} = T \Rightarrow dM = Tdx$$

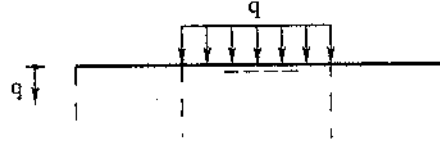
$$\int_i^{i+1} dM = \int_i^{i+1} Tdx \Rightarrow M_{i+1} - M_i = \int_i^{i+1} Tdx$$

$$\int_i^{i+1} Tdx : \text{kesme kuvveti diyagramının } i \text{ ile } i+1 \text{ kesitleri arasındaki alanı}$$

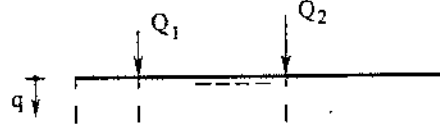
5- Kesme kuvveti diyagramının sıfır olduğu noktalarda eğilme momenti diyagramı ekstremumdan (maksimum veya minimumdan) geçer.

Not : q , T , M arasındaki bu bağıntılar ve sonuçlar, x ekseninin pozitif yönünün sağa doğru olması halinde geçerlidir.

Örnek:1)



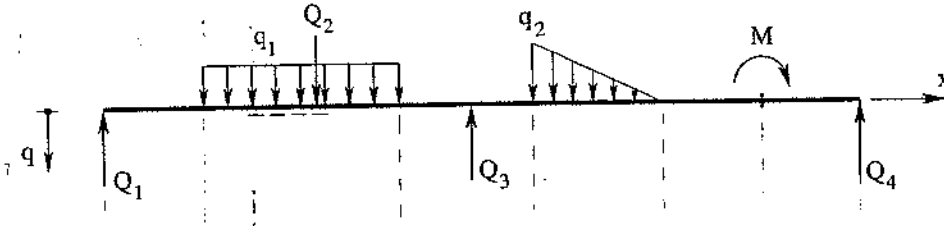
Örnek:2)



Örnek:3)

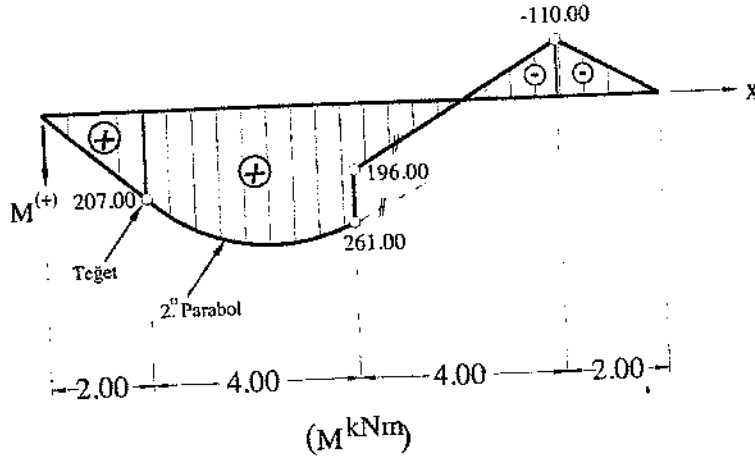


Örnek:4)



4.2.2 Sayısal örnek:1

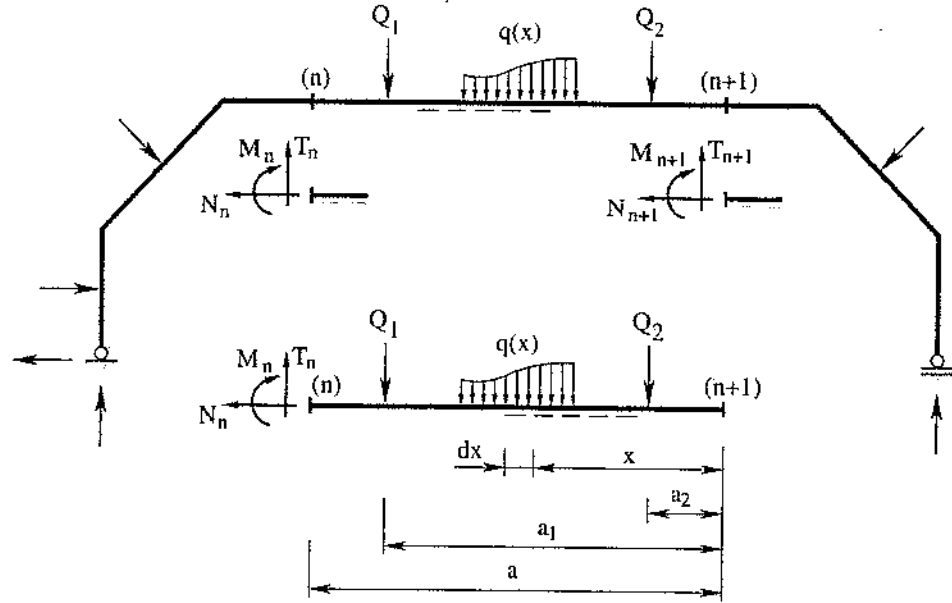
- Şekil 4 de verilen eğilme momenti diyagramına ait kesme kuvveti diyagramını ve yüklemeyi sayısal olarak bulunuz.
- Yayıllı yük altındaki maksimum eğilme momentinin yerini ve değerini hesaplayınız.



Şekil 4: Eğilme momenti diyagramı (M)

4.3 Teorem-1:

Sistemin bir (n) kesitindeki kesit zorları belli iken bunun sağındaki (n+1) kesitindeki kesit zorlarını hesaplamak için, (n+1) kesitinin solundaki tüm kuvvetler yerine (n) kesitindeki kesit zorları ve (n~n+1) arasındaki dış yükler gözönüne alınabilir.



M_n , T_n , N_n kesit zorları (n) kesitinin solundaki tüm kuvvetlere eşdeğer olduğundan (n+1) kesitindeki kesit zorları, bunlara ve iki kesit arasındaki yüklerle bağlı olarak hesaplanabilirler.

$$N_{n+1} = N_n$$

$$T_{n+1} = T_n - \sum Q_i - \int q(x) dx$$

$$M_{n+1} = M_n + T_n a - \sum Q_i a_i - \int q(x) x dx$$

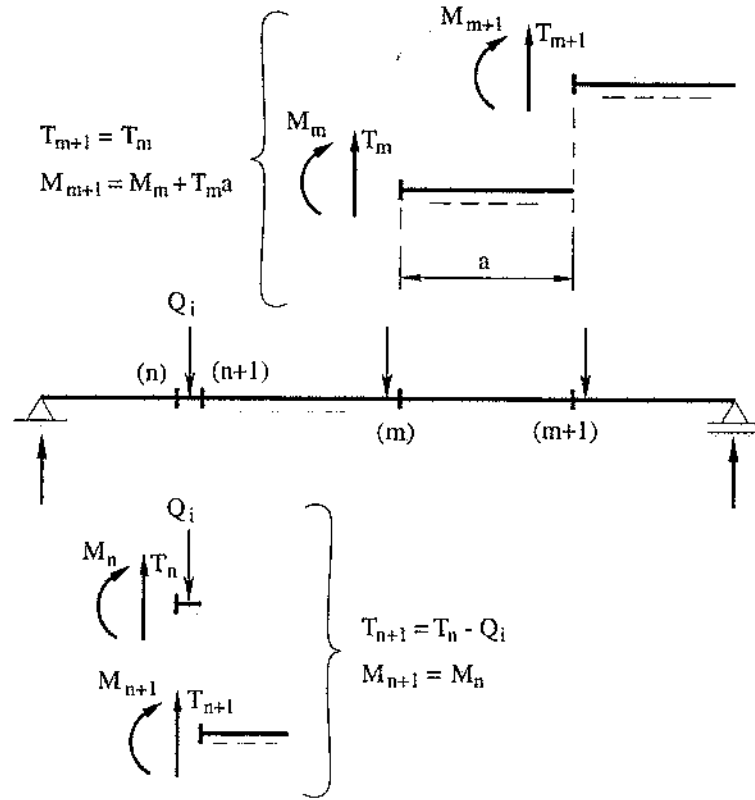
Özel hal : $q(x) = 0$ ise

$$T_{n+1} = T_n - \sum Q_i$$

$$M_{n+1} = M_n + T_n a - \sum Q_i a_i$$

Not : Bu bağıntılar (n)-(n+1) kesitleri arasındaki çubuk ekseninin doğru parçası olması halinde geçerlidir.

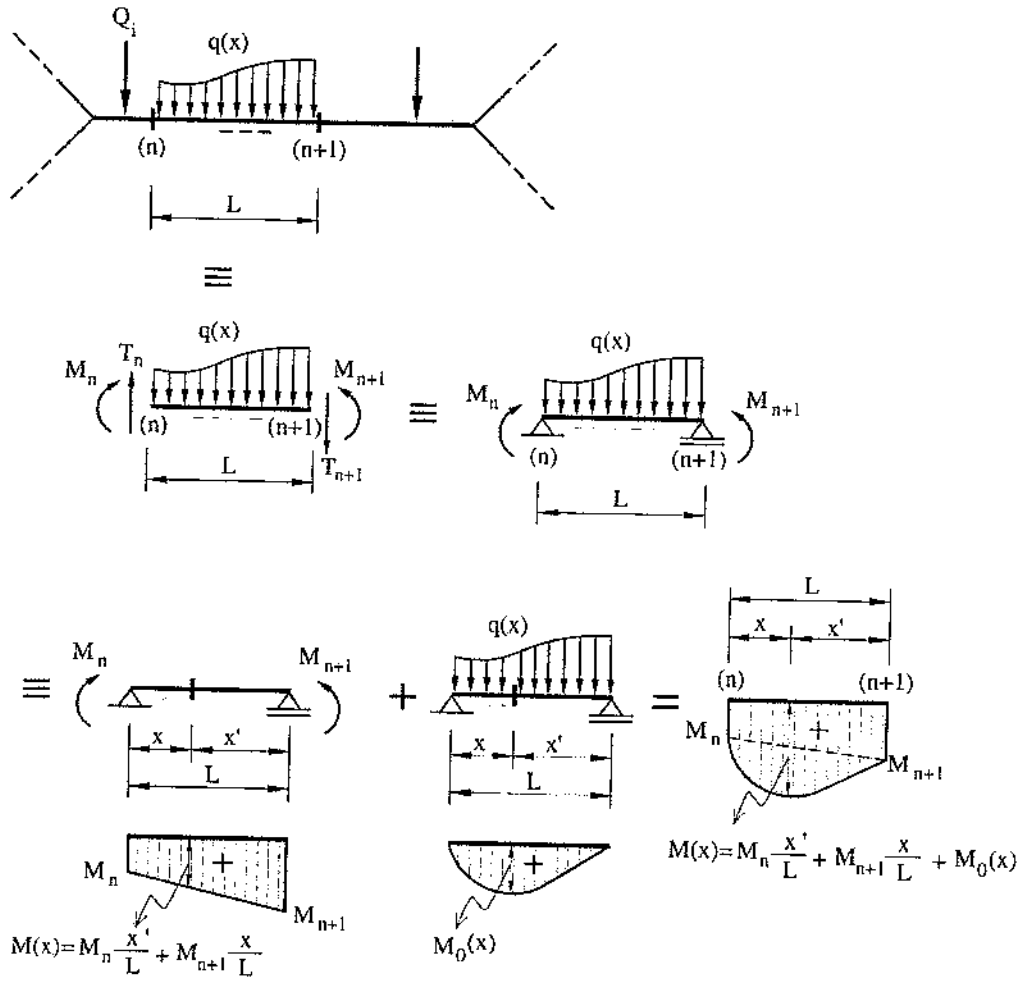
Uygulama



4.4 Teorem-2:

Bu teoremdede, komşu iki kesitteki eğilme momentleri belirli iken bu iki kesit arasındaki eğilme momenti diyagramının nasıl elde edileceği açıklanacaktır.

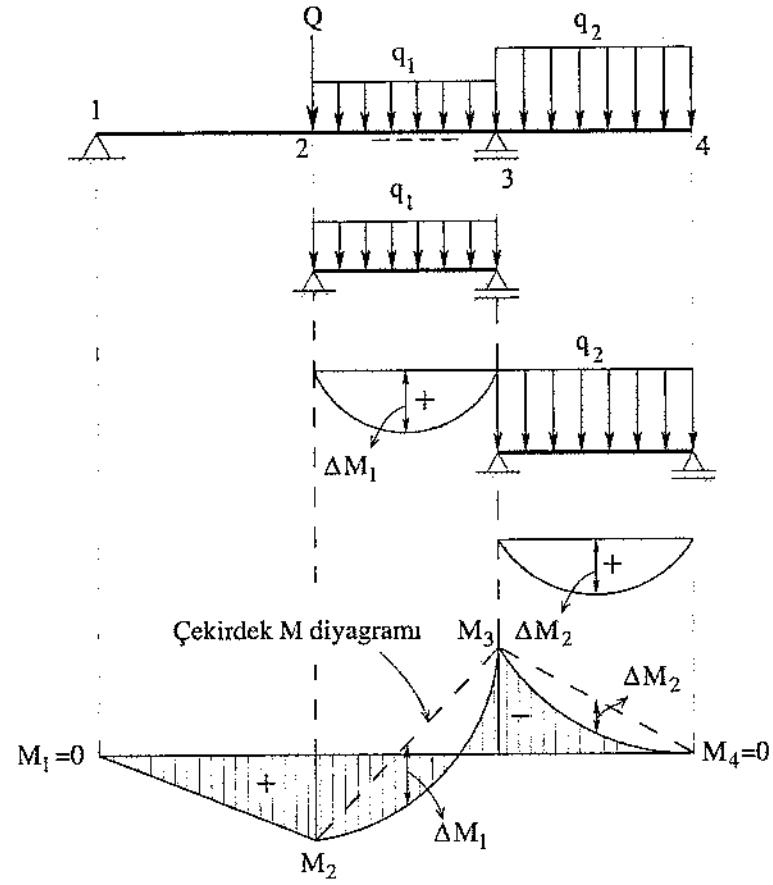
Not : Komşu iki kesit arasındaki çubuk parçasının doğru eksenli olduğu varsayılır.



Not : Sistem dengede olduğundan, basit kirişte denge denklemlerini sağlayan mesnet tepkileri T_n ve T_{n+1} e eşittir.

Sonuç : Sistemin (n) ve $(n+1)$ gibi ardışık iki kesitindeki eğilme momentleri belirli iken; bu iki kesit arasındaki eğilme momenti diyagramının çizilebilmesi için (n) ve $(n+1)$ kesitlerindeki eğilme momentlerini ordinat olarak almak suretiyle çizilen doğrusal diyagrama (çekirdek moment diyagramı), $(n \sim n+1)$ açıklıklı basit kirişte $q(x)$ yükünden oluşan eğilme momenti diyagramını cebrik olarak eklenir.

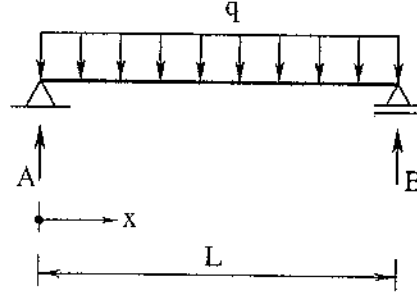
Uygulama



4.4.1 Basit kirişlerde (w) sayıları

Teorem-2 yardımıyla sistemlerin eğilme momenti diyagramlarını elde edebilmek için, çeşitli yayılı yüklerden dolayı basit kirişlerde oluşan eğilme momenti diyagramlarına ait ordinatların bilinmesi gerekmektedir. Bu amaçla, çeşitli yayılı yük tipleri için (düzgün yayılı yük, üçgen yayılı yük, ...) hazırlanmış (w) sayıları adı verilen tablolardan yararlanılır. Bu tablodaki eğilme momentlerinin nokta nokta nasıl elde edildiği ise aşağıdaki örneklerde açıklanmaktadır.

4.4.1.1 Düzgün yayılı yük



$$A = B = \frac{qL}{2}$$

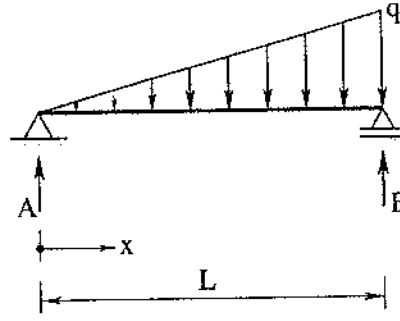
$$M(x) = Ax - \frac{qx^2}{2} = \frac{qL}{2}x - q\frac{x^2}{2}$$

$$M(x) = \frac{qL^2}{2} \left(\frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right)$$

$$w_R = \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \Rightarrow M(x) = w_R \frac{qL^2}{2}$$

$\frac{x}{L}$	0.25	0.50	0.75
w_R	0.1875	0.25	0.1875

4.4.1.2 Üçgen yayılı yük



$$A = \frac{qL}{6}, \quad B = \frac{qL}{3}$$

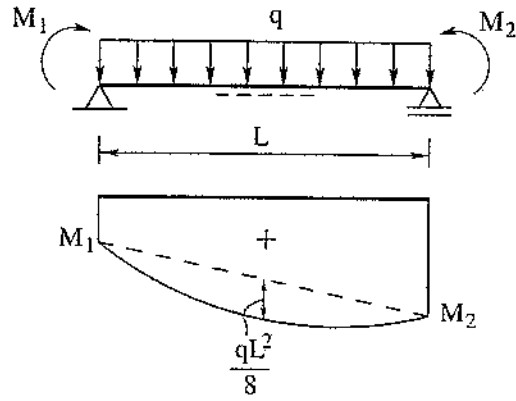
$$M(x) = \frac{qL^2}{6} \left(\frac{x}{L} - \frac{x^3}{L^3} \right)$$

$$w_D = \frac{x}{L} - \frac{x^3}{L^3} \Rightarrow M(x) = w_D \frac{qL^2}{6}$$

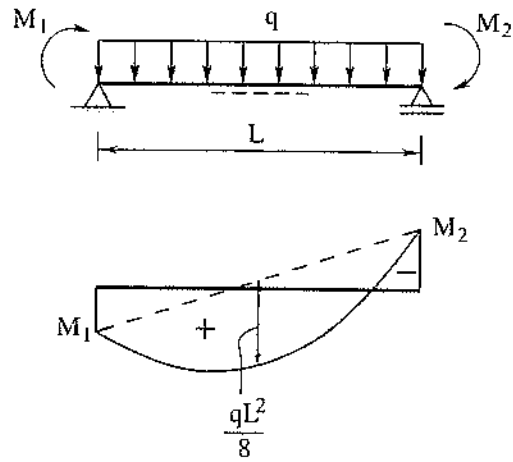
$\frac{x}{L}$	0.25	0.50	0.75
w_D	0.2344	0.3750	0.3281

Not : Üçgen yayılı yükün q ordinatının ters konumda olması halinde tablodaki değerler tersinden gözönüne alınacaktır.

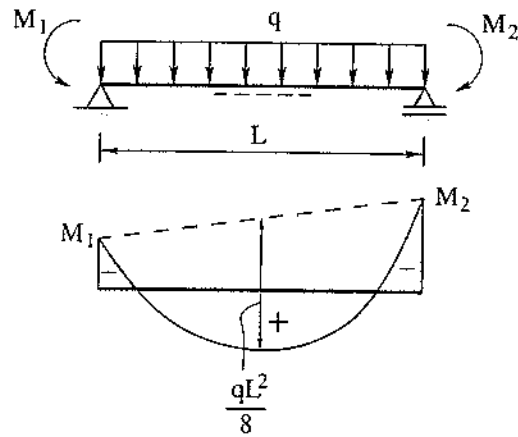
Uygulama:1)



Uygulama:2)



Uygulama:3)



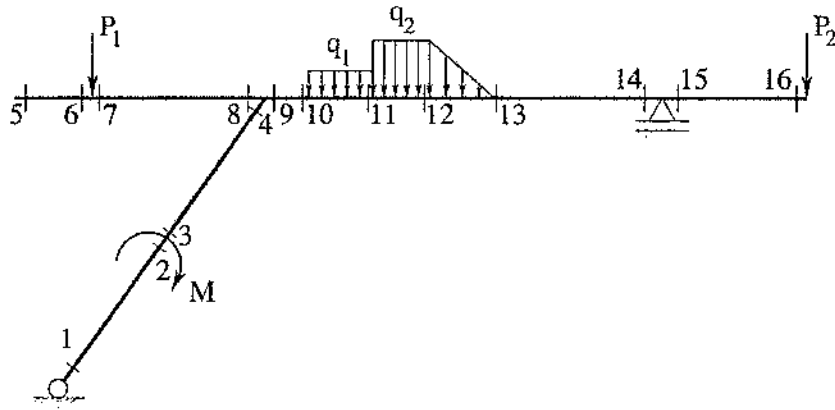
4.5 Kritik Kesitler

Kesit zorları diyagramlarının çizilebilmesi için, kesit zorlarının hesaplanması gerektiği kesitlere kritik kesitler denir.

Kritik kesitler,

- Sistemin uç noktaları
- Mesnetlerin iki yan noktaları
- Düğüm noktalarında birleşen çubukların uç noktaları
- Tekil kuvvetlerin ve tekil momentlerin iki yan noktaları
- Yayıllı yüklerin başlangıç ve bitim noktaları ile şekil ve değer değiştirdiği noktalardır.

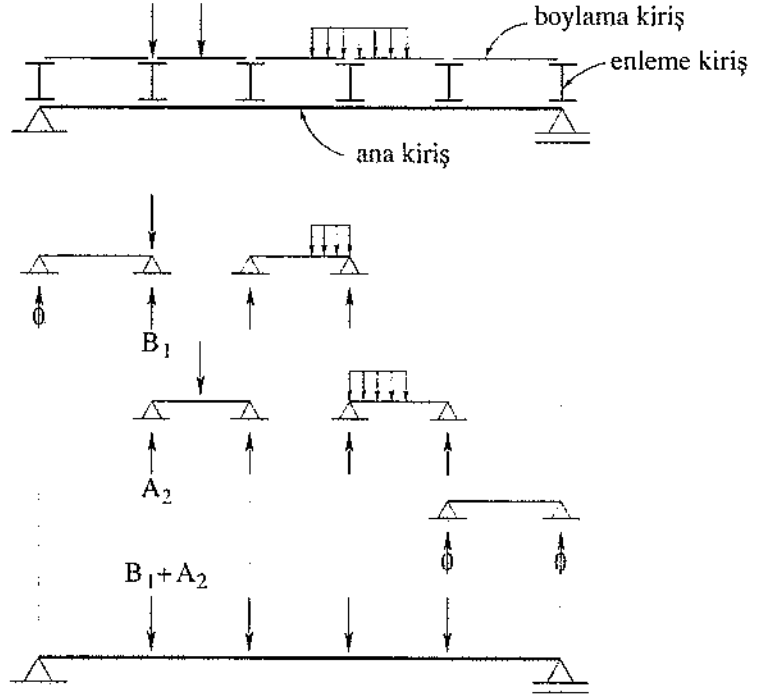
Uygulama



4.6 Kesit Zorları Diyagramlarının Çiziminde İzlenen Yol

- Mesnet tepkileri hesaplanır.
- Kritik kesitler belirlenir.
- Kritik kesitlerdeki M, N, T kesit zorları hesaplanır. (Gerekirse Teorem-1 den yararlanılabilir.)
- N, T diyagramları çizilir. (T diyagramının çiziminde $\frac{dT}{dx} = -q$ bağıntısından yararlanır.)
- Çekirdek M diyagramı çizilir.
- M diyagramı tamamlanır. (Teorem-2 ve (w) tablolarından yararlanır.)
- Maksimum eğilme momentleri hesaplanır. $\left(\frac{dM}{dx} = T = 0\right)$

4.7 Dolaylı (İndirekt) Yükleme

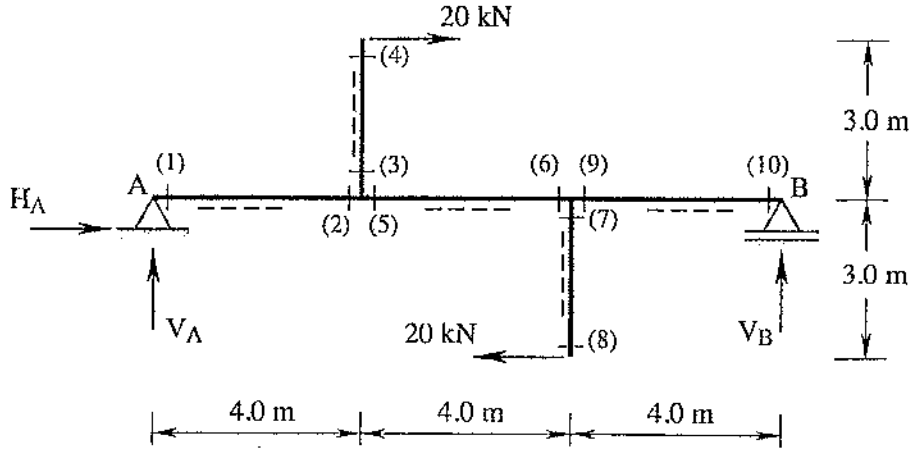


Herbiri birer basit kiriş durumunda olan boylama kirişlerine etkiyen yüklerden oluşan mesnet tepkileri enleme kirişleri yardımıyla ana kirişe aktarılır. Ana kiriş bu tekil kuvvetlere göre hesaplanarak M, T diyagramları çizilir.

PROBLEM 4.1.

SAP 2000

Şekil 4.1 de geometrisi ve yükleme durumu verilen basit kirişin M, N, T diyagramlarını çiziniz.

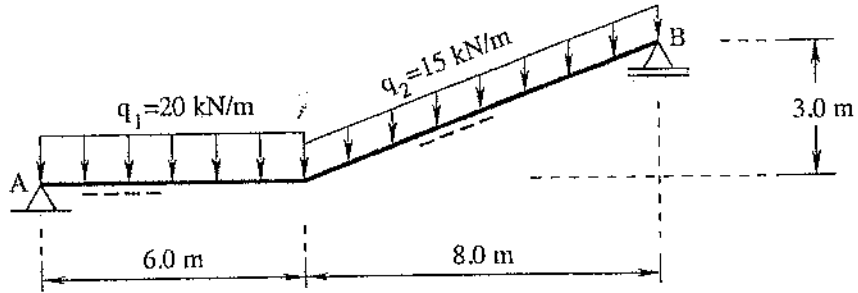


Şekil 4.1: Basit kiriş ve kritik kesitler

PROBLEM 4.2.

SAP 2000

Şekil 4.2 deki basit kirişin üzerine etkiyen dış yüklerden oluşan mesnet tepkilerini hesaplayınız. Kesme kuvveti (T), eğilme momenti (M) ve normal kuvvet (N) diyagramlarını çiziniz.

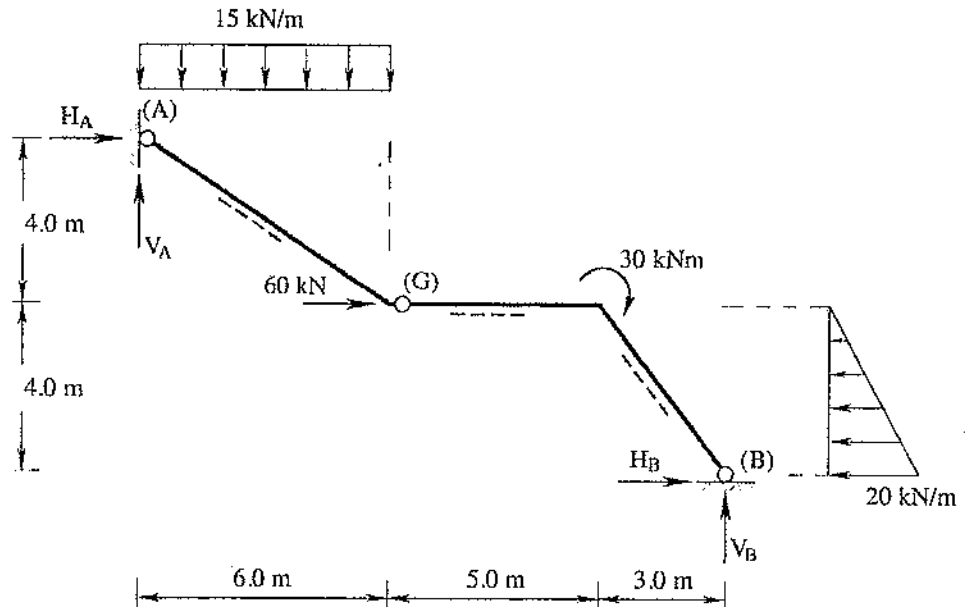


Şekil 4.2: Basit kiriş

PROBLEM 4.3.

SAP 2000

Şekil 4.3 de verilen sistemin M, N, T diyagramlarını çiziniz.



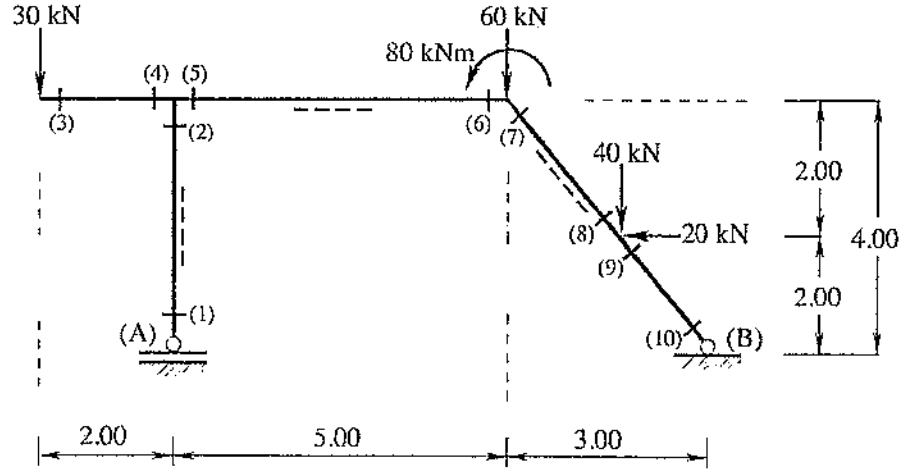
Şekil 4.3: Yapı sistemi ve dış yükler

Kesit Zorları Diyagramları

PROBLEM 4.4.

SAP 2000

Şekil 4.4 de verilen sistemin (1), (2), (3), (10) kesitlerindeki kesit zorlarını hesaplayarak M, N, T diyagramlarını çiziniz.



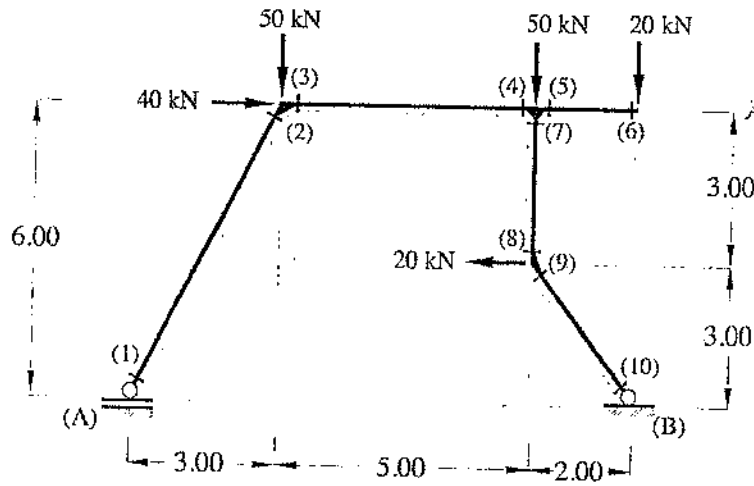
Şekil 4.4: Yapı sistemi ve dış yükler

Kesit Zorları Diyagramları

PROBLEM 4.5.

SAP 2000

Şekil 4.5 de verilen sistemin (1), (2), (10) kesitlerindeki kesit tesirlerini (zorlarını) hesaplayarak M, N, T diyagramlarını çiziniz.

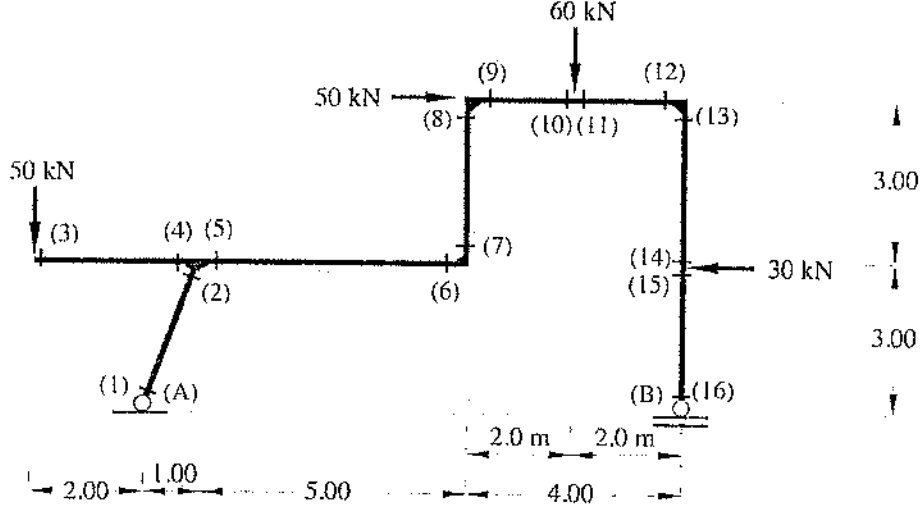


Şekil 4.5: Yapı sistemi ve dış yükler

PROBLEM 4.6.

Şekil 4.6 da verilen sistemin kritik kesitlerindeki kesit zorlarını hesaplayarak M, N, T diyagramlarını çiziniz.

SAP 2000



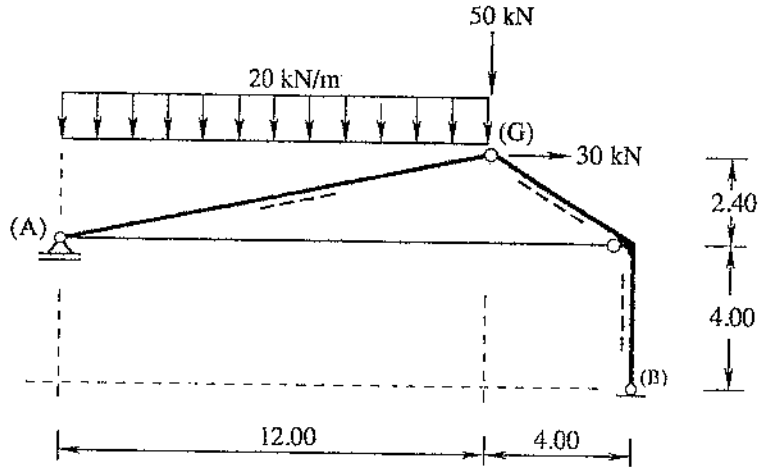
Şekil 4.6: Yapı sistemi ve dış yükler

Kesit Zorları Diyagramları

PROBLEM 4.7.

Şekil 4.7 de verilen sistemin M, T diyagramlarını çiziniz.

SAP 2000



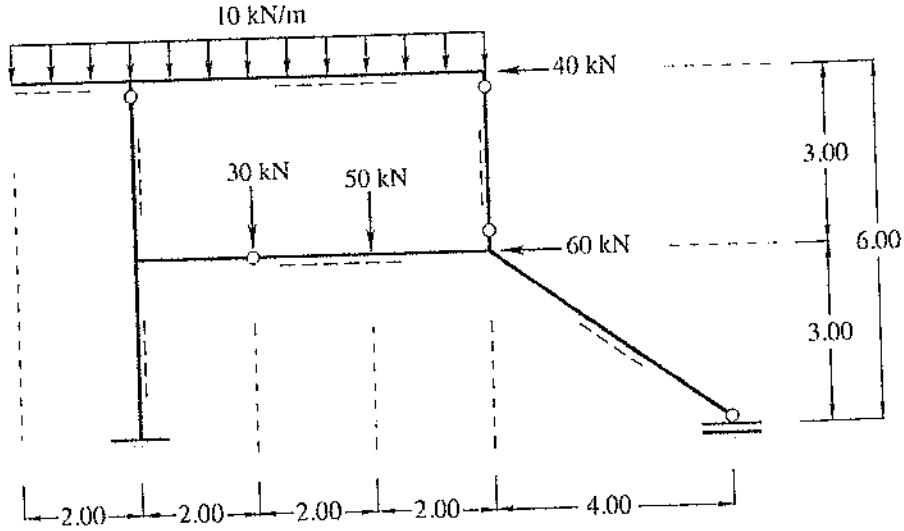
Şekil 4.7: Yapı sistemi ve dış yükler

Yapı Statiği (İzostatik Sistemler) Çözümlü Problemler

PROBLEM 4.8.

SAP

- Şekil 4.8 de verilen sistemin,
a) M, N, T diyagramlarını çiziniz.
b) Yayılı yük altındaki maksimum eğilme momentinin yerini ve değerini hesaplayınız.



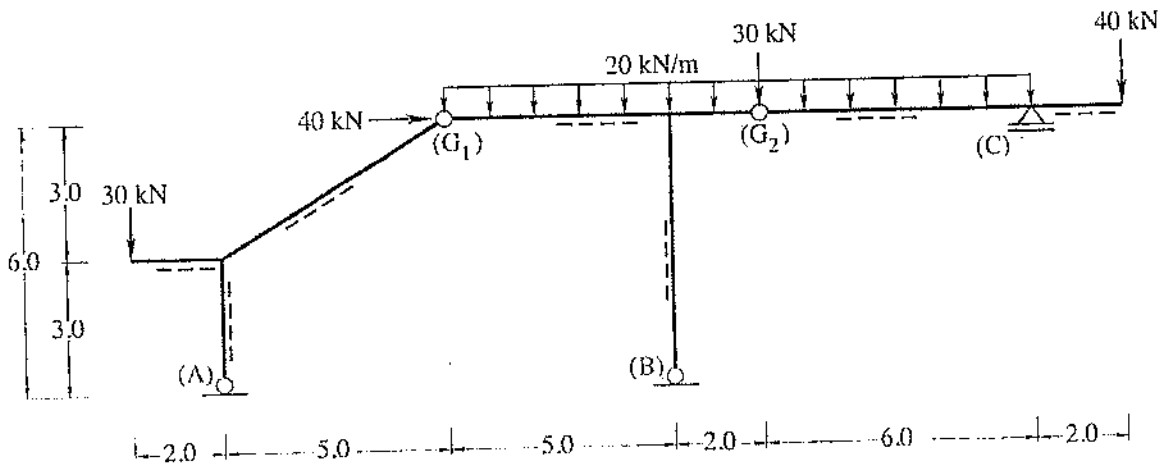
Şekil 4.8: Yapı sistemi ve dış yükler

Yapı Statiği (İzostatik Sistemler) Çözümlü Problemler

PROBLEM 4.9.

SAP

- Şekil 4.9 da yükleme şekli verilen sistemin M, N, T diyagramlarını çiziniz. ($G_2 - C$) arasında yayılı yükün altında oluşan maksimum eğilme momentini hesaplayınız.

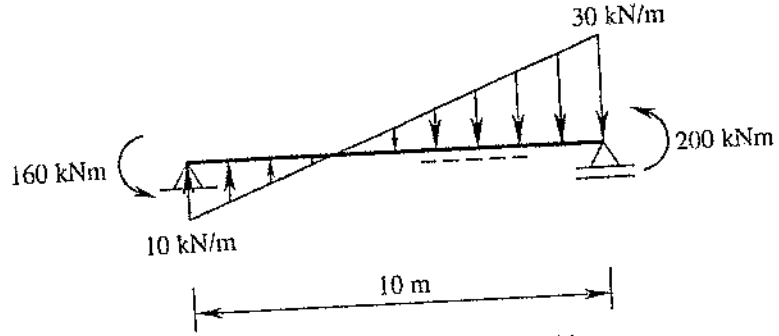


Şekil 4.9: Yapı sistemi ve dış yükler

PROBLEM 4.10.

SAP 2000

Şekil 4.10 da verilen yüklemekten oluşan M diyagramını çiziniz.
Not: Ordinatlarda 2.5 m aralıklarla hesaplanacaktır.

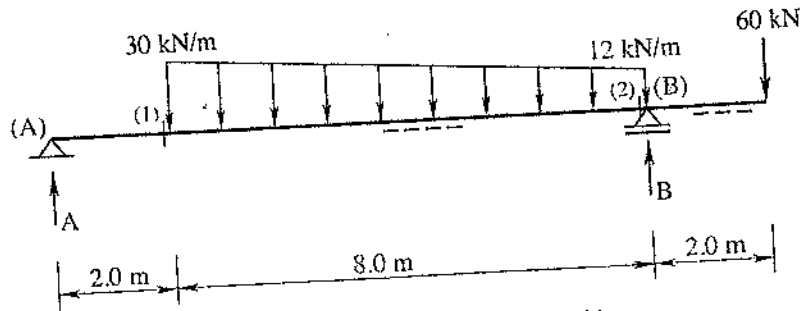


Şekil 4.10: Basit kiriş ve dış yükler

PROBLEM 4.11.

SAP 2000

Şekil 4.11 de verilen çukmalı kirişin M ve T diyagramlarını çiziniz.
Not: M diyagramı ordinatları 2m aralıklarla hesaplanacaktır.

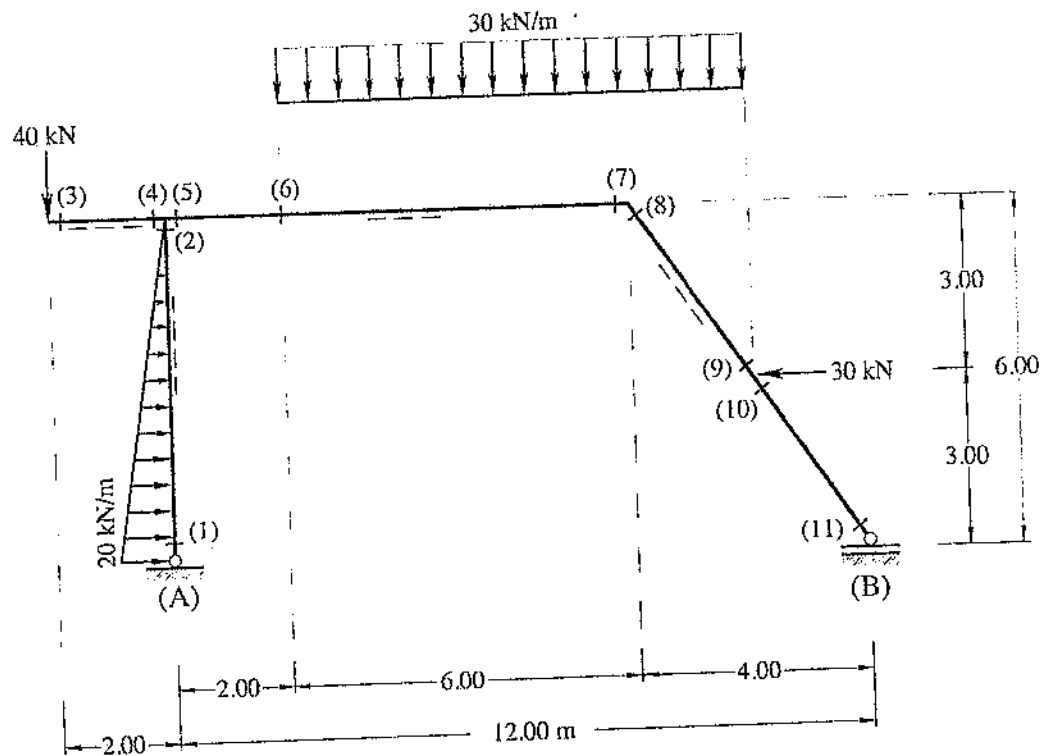


Şekil 4.11: Çukmalı kiriş ve dış yükler

PROBLEM 4.12.

SAP 2000

- Şekil 4.12 de verilen sistemin M, N, T diyagramlarını çiziniz.
- Düğümlü yaylı yük altındaki maksimum açıklık momentinin yerini ve değerini bulunuz.
- Üçgen yaylı yük altındaki eğilme momenti diyagramının ordinatlarını 1.50 m aralıklarla hesaplayınız.



Şekil 4.12: Yapı sistemi ve dış yükler

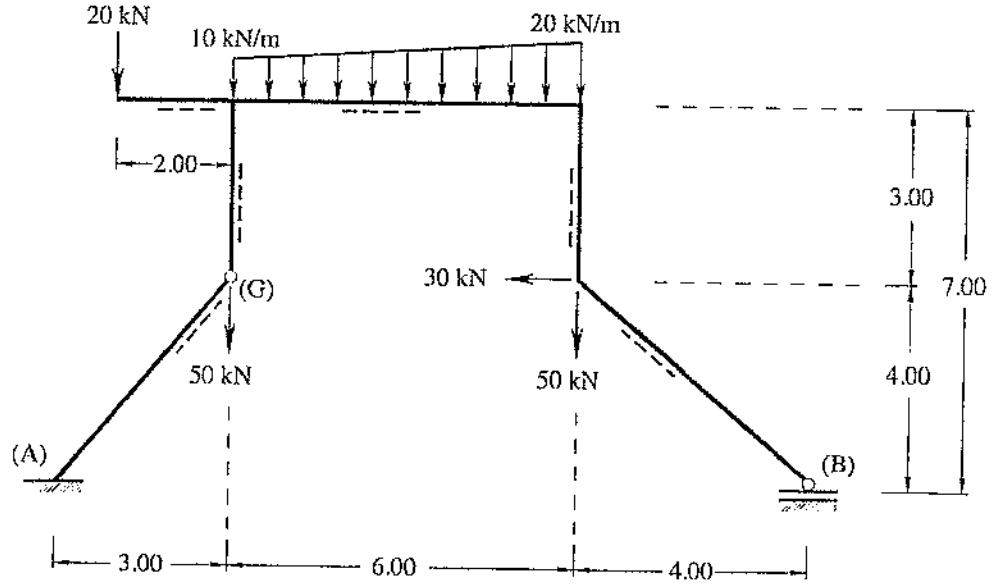
PROBLEM 4.13.

SAP 2000

Şekil 4.13 de yükleme durumu verilen sistemin,

a) M, N, T diyagramlarını çiziniz.

b) Yayılı yük altındaki eğilme momenti diyagramı ordinatlarını 1.50 m aralıklarla hesaplayınız.



Şekil 4.13: Yapı sistemi ve dış yükler

PROBLEM 4.14.

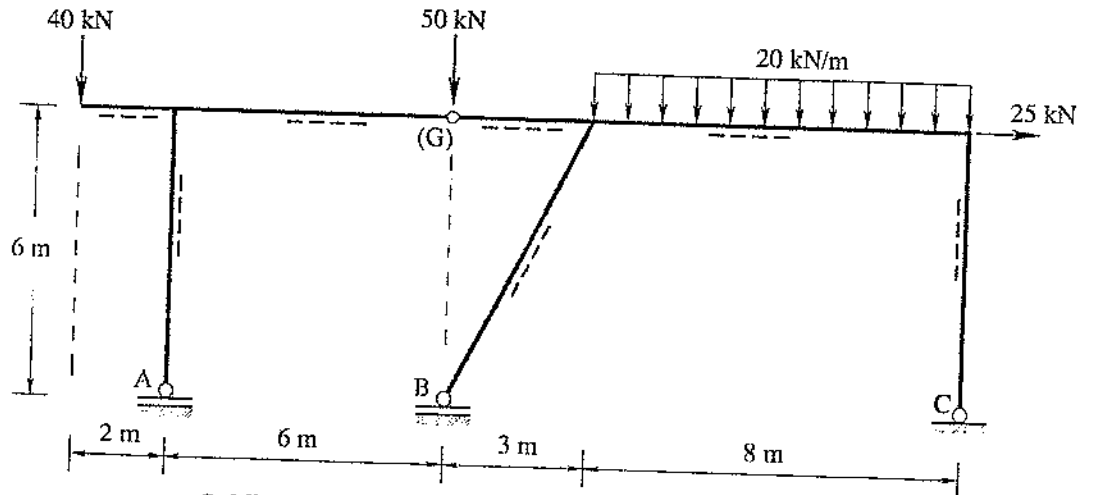
SAP 2000

Şekil 4.14 de yükleme durumu verilen sistemin,

a) M, N, T diyagramlarını çiziniz.

b) Düzgün yayılı yükün altındaki maksimum eğilme momentinin yerini ve değerini hesaplayınız.

c) Düzgün yayılı yük altındaki eğilme momenti diyagramının ordinatlarını 2.00m aralıklarla hesaplayınız.



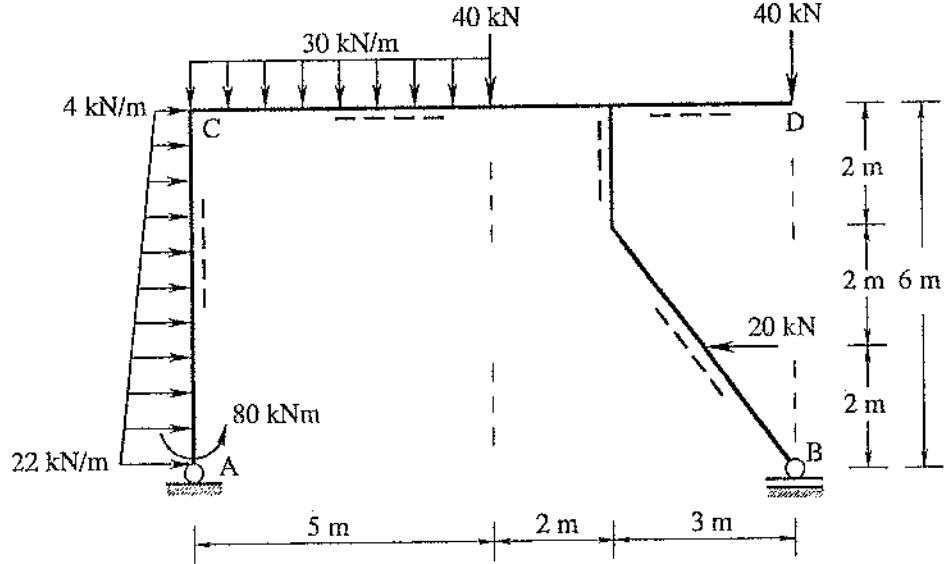
Şekil 4.14: Yapı sistemi ve dış yükler

PROBLEM 4.15.

SAP 1000

Şekil 4.15 de yükleme durumu verilen sistemin,

- M, N, T diyagramlarını çizin.
- Düzdün yayılı yük altındaki maksimum eğilme momentinin yerini ve değerini bulunuz
- AC çubuğundaki eğilme momenti diyagramının ordinatlarını 1.50 m aralıklarla hesaplayınız.



Şekil 4.15: Yapı sistemi ve dış yükler