YAPI STATİĞİ II

KUVVET METODU_UYGULAMA

Hazırlayan: Yard.Doç.Dr.Kıvanç TAŞKIN

KUVVET YÖNTEMİ

1.2.5 Hesapta İzlenen Yol

1- İzostatik esas sistem seçilir ve hiperstatik bilinmeyenler belirlenir.

2- $X = 0$ yüklemesi yapılarak M_0 , N_0 , T_0 diyagramları çizilir. Uzama ve kayma şekildeğiştirmelerinin terkedilmesi halinde N_0 ve T_0 diyagramlarının çizimine gerek yoktur.

3- $X_i = 1$ birim yüklemeleri yapılarak M_i , N_i , T_i (uzama ve kayma şekildeğiştirmeleri terkediliyorsa yalnız M_i) diyagramları çizilir. Bu işlemler n kere tekrarlanır.

4- Denklem takımının δ_{ik} katsayıları, δ_{i0} yükleme sabitleri hesaplanır. Bu terimlerin hesabı için çarpım tablolarından yararlanılır. δ_{ik} ve δ_{i0} terimlerinde paydadaki EI katsayısından kurtulmak için denklem takımının tüm katsayı ve sabitleri ortak bir EI katsayısı ile çarpılır. Buna göre, δ_{ik} ve δ_{i0} terimleri yerine $EI_c\delta_{ik} = \int M_i M_k \frac{I_c}{I} ds$, $EI_c\delta_{i0} = \int M_i M_0 \frac{I_c}{I} ds$ terimleri hesaplanır. Burada I_c , herhangi bir atalet momentidir ve genellikle çubukların atalet momentlerinin en küçük ortak katı olarak seçilir.

5- Süreklilik denklemleri sayısal olarak yazılır ve çözülerek X_i hiperstatik bilinmeyenleri bulunur.

6- Hiperstatik sistemlerin kesit zorları diyagramları çizilir. Bunun için iki yoldan yararlanılabilir.

a) Süperpozisyon denklemleri ile $(M = M_0 + M_1X_1 + M_2X_2 + ... + M_nX_n)$

b) İzostatik esas sisteme dış yükler ve hiperstatik bilinmeyenler bir arada etkitilir ve diyagramlar çizilir.

1.2.5 Hesapta İzlenen Yol (Devam)

5- Süreklilik denklemleri sayısal olarak yazılır ve çözülerek X_i hiperstatik bilinmeyenleri bulunur.

6- Hiperstatik sistemlerin kesit zorları diyagramları çizilir. Bunun için iki yoldan yararlanılabilir.

a) Süperpozisyon denklemleri ile $(M = M_0 + M_1X_1 + M_2X_2 + ... + M_nX_n)$

b) İzostatik esas sisteme dış yükler ve hiperstatik bilinmeyenler bir arada etkitilir ve diyagramlar çizilir.

7- Sonuçlar kontrol edilir. Kontrol için Kapalı Süreklilik Denklemlerinden (KSD) yararlanılır. Hiperstatik sistemin çözümünün doğru olması halinde çözüme ait M , N , T diyagramları

$$\int M_i \frac{M}{EI} ds + \int N_i \frac{N}{EF} ds + \int T_i \frac{T}{GF'} ds = 0 \quad (i=1, 2, 3,....,n)$$

KSD yi en çok %0.5 ile %1 rölatif hata ile sağlamalıdır. KSD ile kontrol genel olarak i=1, 2, 3,.....,n için n kere yapılmalıdır.

$$\text{Rölatif hata} = \frac{\text{Tüm terimlerin cebrik toplamı}}{\text{(+) ve (–) terimlerin toplamlarının mutlak değerlerinin ortalaması}}$$

1.2.5 Hesapta İzlenen Yol (Devam)

7- Sonuçlar kontrol edilir. Kontrol için Kapalı Süreklilik Denklemlerinden (KSD) yararlanılır. Hiperstatik sistemin çözümünün doğru olması halinde çözüme ait M , N , T diyagramları

$$\int M_i \frac{M}{EI} ds + \int N_i \frac{N}{EF} ds + \int T_i \frac{T}{GF'} ds = 0 \quad (i=1, 2, 3,....,n)$$

KSD yi en çok %0.5 ile %1 rölatif hata ile sağlamalıdır. KSD ile kontrol genel olarak i=1, 2, 3,.....,n için n kere yapılmalıdır.

$$\text{Rölatif hata} = \frac{\text{Tüm terimlerin cebrik toplamı}}{\text{(+) ve (–) terimlerin toplamlarının mutlak değerlerinin ortalaması}}$$

Not: Rölatif hata hesaplanırken paydada bulunan (+) ve (-) terimlerin ortalaması yerine, (+) terimlerin toplamı ile (-) terimlerin toplamının mutlak değeri karşılaştırılarak bunlardan en küçük olan dikkate alınabilir.

Rölatif hatanın bulunması ile ilgili sayısal örnekler

1) (+) terimlerin toplamı : 20.5

(-) terimlerin toplamı : -20.4

20.5-20.4=0.1

$$\Rightarrow \text{rölatif hata} = \frac{0.1}{\frac{1}{2} \times (20.5 + 20.4)} \equiv \%0.5$$

$$\text{Rölatif hata} = \frac{\text{Tüm terimlerin cebrik toplamı}}{\text{(+) ve (–) terimlerin toplamlarının mutlak değerlerinin ortalaması}}$$

Rölatif hatanın bulunması ile ilgili sayısal örnekler

2) (+) terimlerin toplamı : 25150

(-) terimlerin toplamı : -25300

25150-25300=-150

$$\Rightarrow \text{rölatif hata} = \frac{150}{\frac{1}{2}\times(25150+25300)} \cong \%0.6$$ ✔

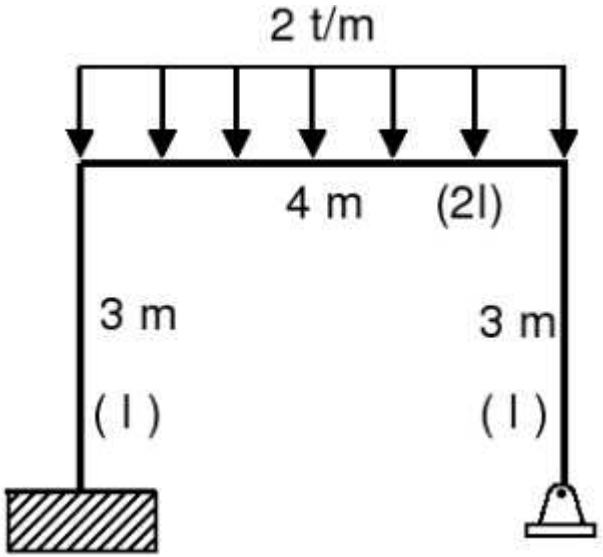
3) (+) terimlerin toplamı : 0.06

(-) terimlerin toplamı : -0.05

0.06-0.05=0.01

$$\Rightarrow \text{rölatif hata} = \frac{0.01}{\frac{1}{2}\times(0.06+0.05)} \cong \%18$$ X

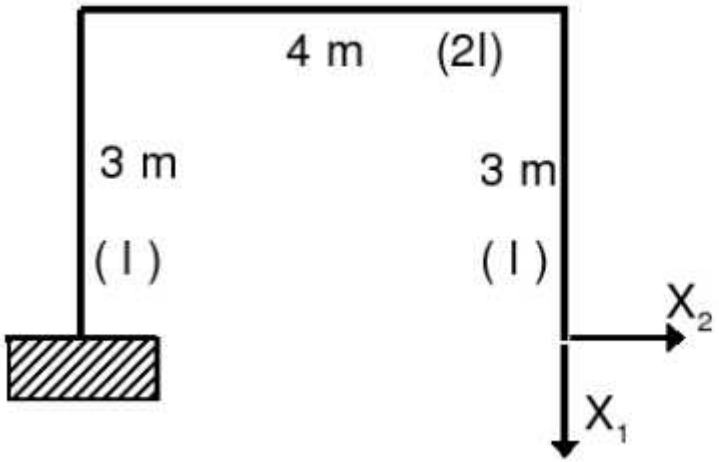
ÖRNEK 2



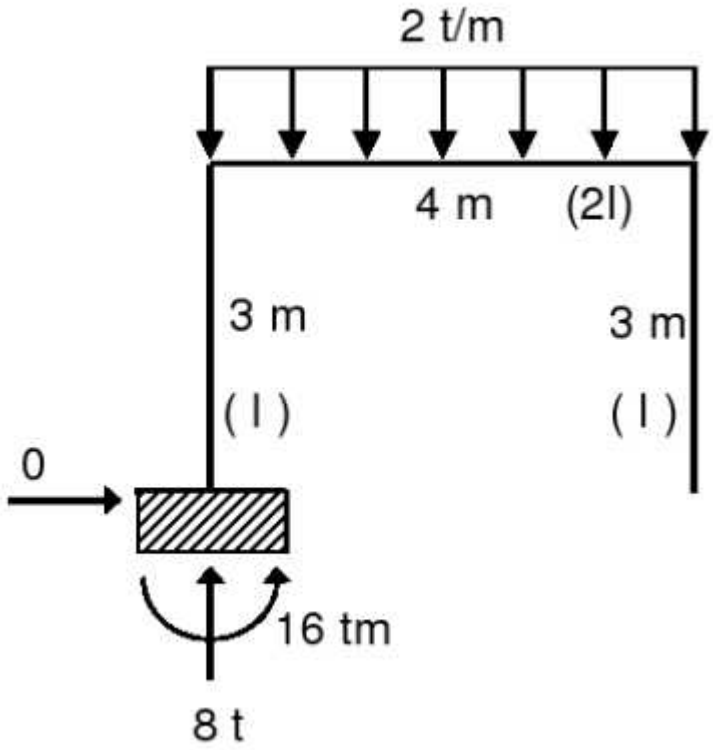
Hiperstatik sistem (2. dereceden)

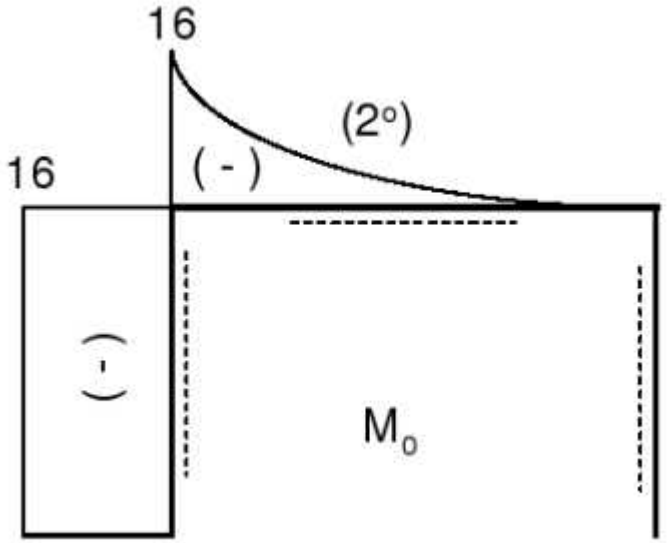
$$\delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2$$

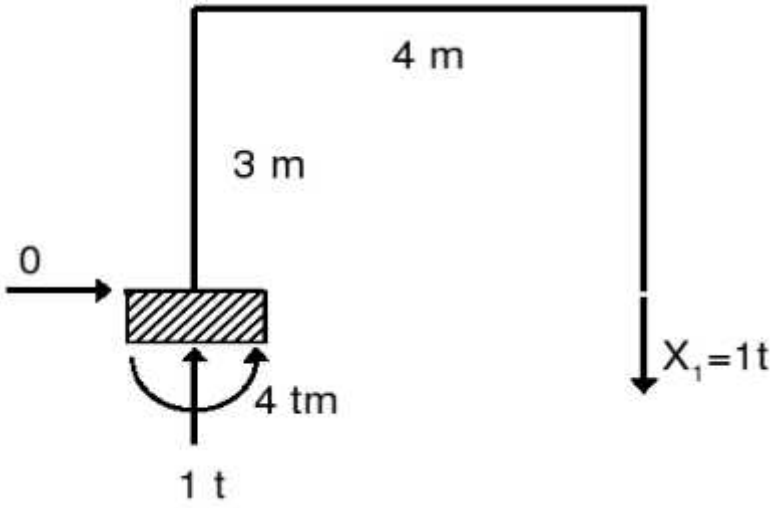
$$\delta_2 = \delta_{20} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2$$

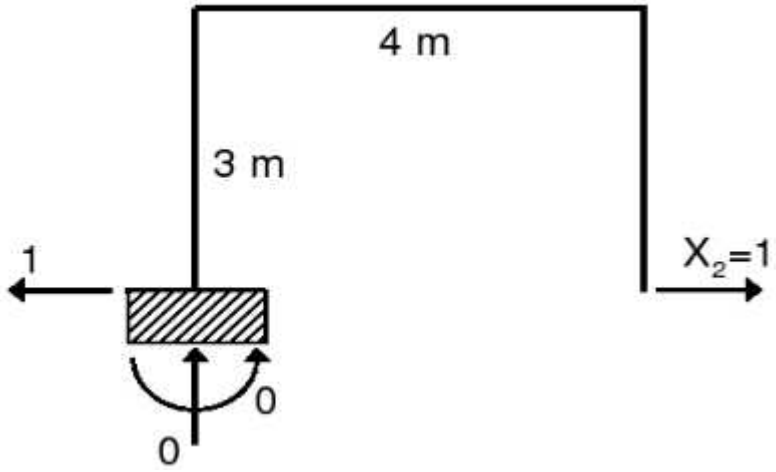


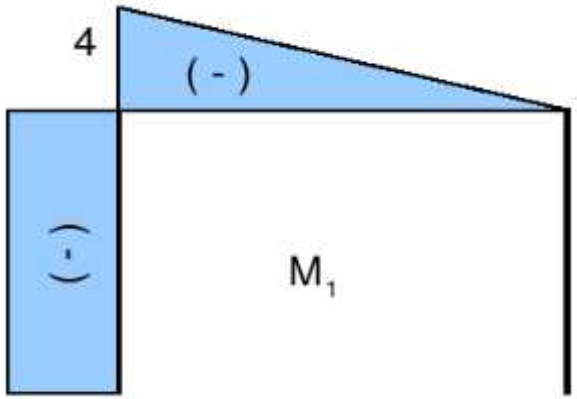
İzostatik esas sistem

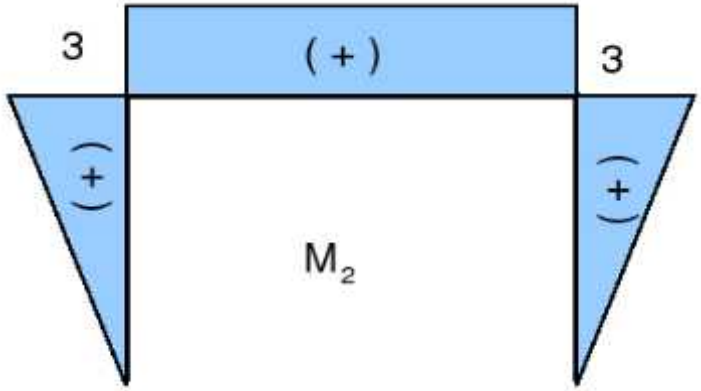

2 t/m
4 m
(2I)
3 m
3 m
(I)
(I)
0
16 tm
8 t


16
(2°)
16
(-)
(-)
M_o

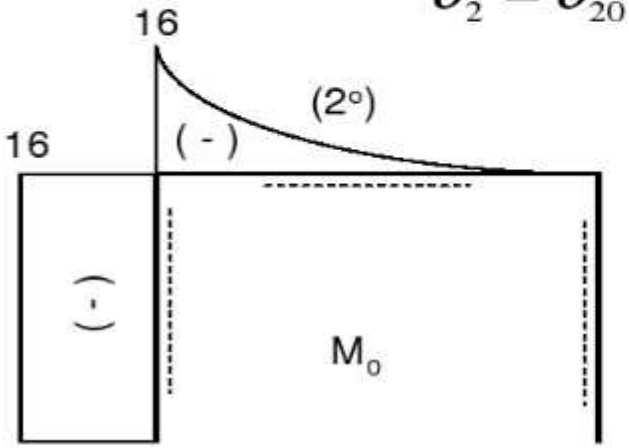

4 m
3 m
0
X1=1t
4 tm
1 t

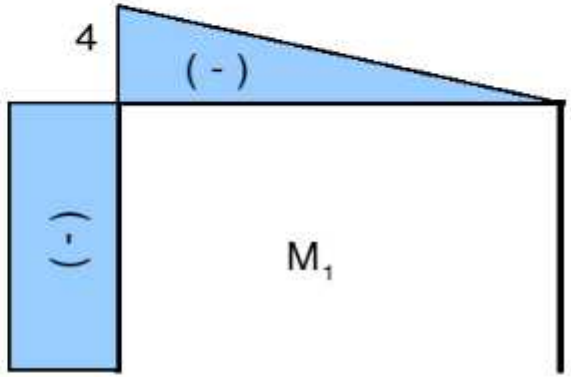

4 m
3 m
1
X2=1
0
0

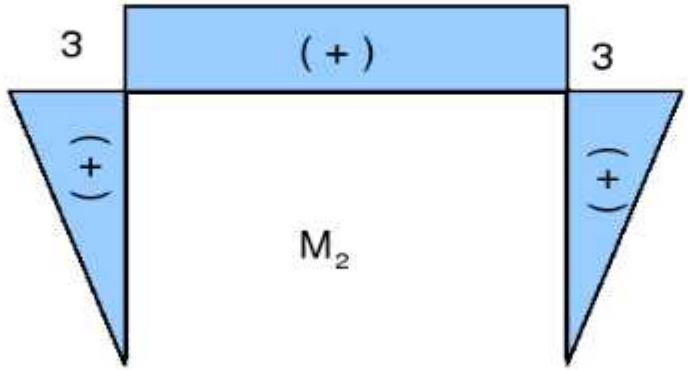

4
(-)
(-)
M1

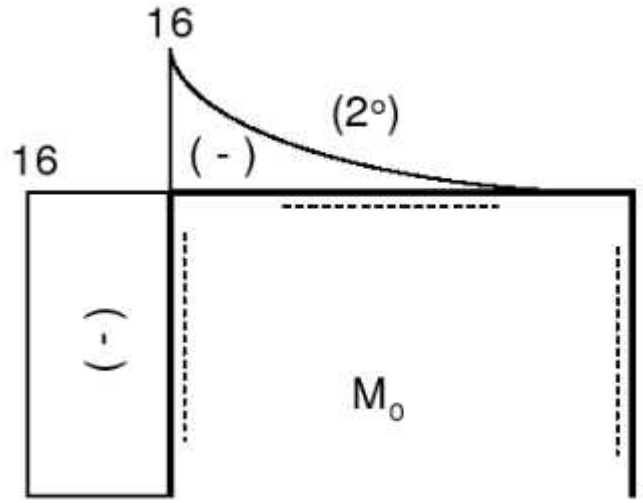

3
(+)
3
(+)
(+)
M2

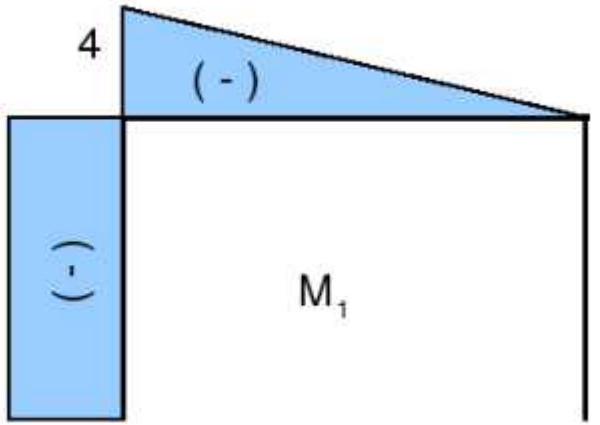
$$\delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2$$
$$\delta_2 = \delta_{20} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2$$











$$\delta_{10} = \int M_1 M_0 \frac{ds}{EI}$$

$$EI\,\delta_{10} = \frac{1}{2} * (\frac{1}{4} L i k) + L i k$$

ÇARPIM TABLOSU $\int M_i M_k ds$

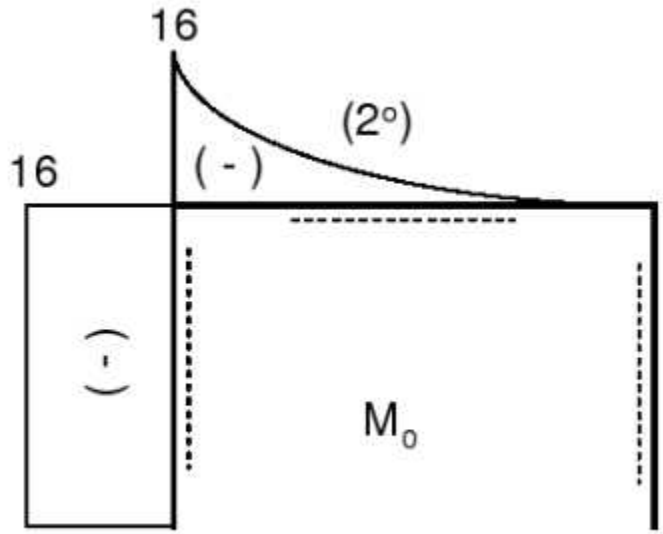
	k (L)	k (L)	k_1 k_2 (L)	k_m (L)	k (L)	k (L)	k (L)
i (L) i	Lik	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{2}Li(k_1+k_2)$	$\frac{2}{3}Lik_m$	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{2}Lik$
(L) i	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{6}Li(k_1+2k_2)$	$\frac{1}{3}Lik_m$	$\frac{5}{12}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\alpha)ik$
i (L)	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{6}Lik$	$\frac{1}{6}Li(2k_1+k_2)$	$\frac{1}{3}Lik_m$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{12}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\beta)ik$
i_1 (L) i_2	$\frac{1}{2}L(i_1+i_2)k$	$\frac{1}{6}L(i_1+2i_2)k$					
2° i_m (L)	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{1}{3}Li_mk$					
2° (L) i	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{5}{12}Lik$					
i (L) 2°	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{12}Li(5k_1+3k_2)$	$\frac{1}{15}Lik_m$	$\frac{1}{30}Lik$	$\frac{1}{15}Lik$	$\frac{1}{12}L(5-\alpha-\alpha^2)ik$
2° (L) i	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{12}Li(k_1+3k_2)$	$\frac{1}{5}Lik_m$	$\frac{3}{10}Lik$	$\frac{1}{5}Lik$	$\frac{1}{12}L(1+\alpha+\alpha^2)ik$
i (L) 2°							
i (αL βL)	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\alpha)ik$	$\frac{1}{6}Li[(1+\beta)k_1+(1+\alpha)k_2]$	$\frac{1}{3}L(1+\alpha\beta)ik$			

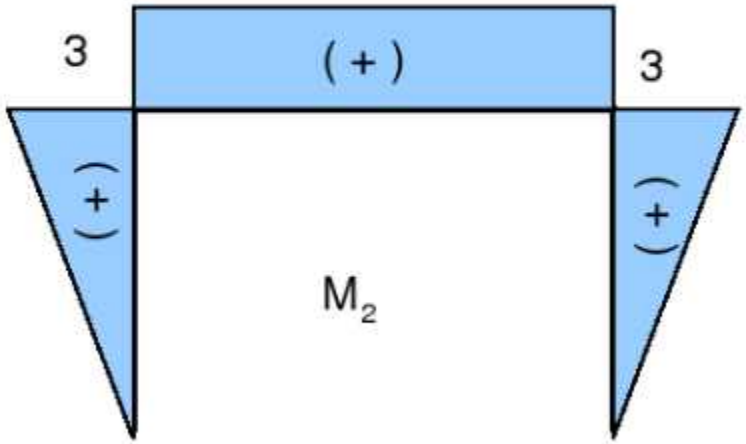
$$EI\,\delta_{10} = \frac{1}{2} * \left(\frac{1}{4} * 4 * (-4) * (-16)\right) + 3 * -4 * -16$$

$$EI\delta_{10} = 224$$

i ve k aynı yönlü olduğundan dolayı

Kiriş ve kolonların atalet momentleri farklı





$$\delta_{20} = \int M_2 M_0 \frac{ds}{EI}$$

$$EI\,\delta_{20} = \frac{1}{2} * (\frac{1}{3} L i k) + (\frac{1}{2} L i k)$$

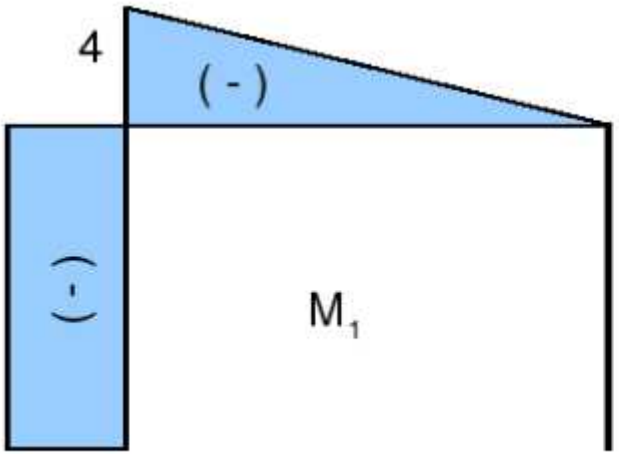
ÇARPIM TABLOSU $\int M_i M_k ds$

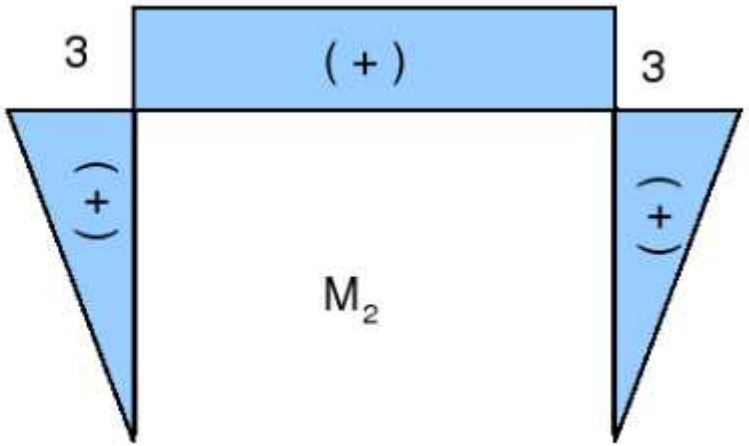
	k (L)	k (L)	k_1 k_2 (L)	(L)	k (L)	k (L)	k (L)
i (L) i	$\frac{1}{1}$ Lik	$\frac{1}{2}$ Lik	$\frac{1}{2}$ Li (k_1+k_2)	$\frac{2}{3}$ Li k_m	$\frac{2}{3}$ Lik	$\frac{1}{3}$ Lik	$\frac{1}{2}$ Lik
(L) i	$\frac{1}{2}$ Lik	$\frac{1}{3}$ Lik	$\frac{1}{6}$ Li (k_1+2k_2)	$\frac{1}{3}$ Li k_m	$\frac{5}{12}$ Lik	$\frac{1}{4}$ Lik	$\frac{1}{6}$ L $(1+\alpha)$ ik
i (L)	$\frac{1}{2}$ Lik	$\frac{1}{6}$ Lik	$\frac{1}{6}$ Li $(2k_1+k_2)$	$\frac{1}{3}$ Li k_m	$\frac{1}{4}$ Lik	$\frac{1}{12}$ Lik	$\frac{1}{6}$ L $(1+\beta)$ ik
i_1 (L) i_2	$\frac{1}{2}$ L (i_1+i_2) k	$\frac{1}{6}$ L (i_1+2i_2)k					
(L)	$\frac{2}{3}$ Lik	$\frac{1}{3}$ Li$_m$k					
(L) i	$\frac{2}{3}$ Lik	$\frac{5}{12}$ Lik					
i (L)	$\frac{2}{3}$ Lik	$\frac{1}{4}$ Lik		$\frac{1}{15}$ Lik_m	$\frac{1}{30}$ Lik	$\frac{1}{15}$ Lik	$\frac{1}{12}$ L $(5-\alpha-\alpha^2)$ ik
(L) i	$\frac{1}{3}$ Lik	$\frac{1}{4}$ Lik	$\frac{1}{12}$ Li (k_1+3k_2)	$\frac{1}{5}$ Lik_m	$\frac{3}{10}$ Lik	$\frac{1}{5}$ Lik	$\frac{1}{12}$ L $(1+\alpha+\alpha^2)$ ik
i (L)	$\frac{1}{3}$ Lik	$\frac{1}{12}$ Lik	$\frac{1}{12}$ Li $(3k_1+k_2)$	$\frac{1}{5}$ Lik			k
(L)	$\frac{1}{2}$ Lik	$\frac{1}{6}$ L $(1+\alpha)$ ik	$\frac{1}{6}$ Li $[(1+\beta)k_1 + (1+\alpha)k_2]$	$\frac{1}{3}$ L $(1+\alpha\beta)$ Lik_m	$\frac{1}{12}$ L $(5-\beta-\beta^2)$ ik	$\frac{1}{12}$ L $(1+\alpha+\alpha^2)$ ik	$\frac{1}{3}$ Lik

$$EI\,\delta_{20} = \frac{1}{2} * \left(\frac{1}{3} * 4 * -16 * 3\right) + \left(\frac{1}{2} * 3 * -16 * 3\right)$$

$$EI\delta_{20} = -104$$

Kiriş ve kolonların atalet momentleri farklı





$$\delta_{12} = \delta_{21} = \int M_1 M_2 \frac{ds}{EI}$$

$$EI\,\delta_{12} = \frac{1}{2} * (\frac{1}{2} L i k) + (\frac{1}{2} L i k)$$

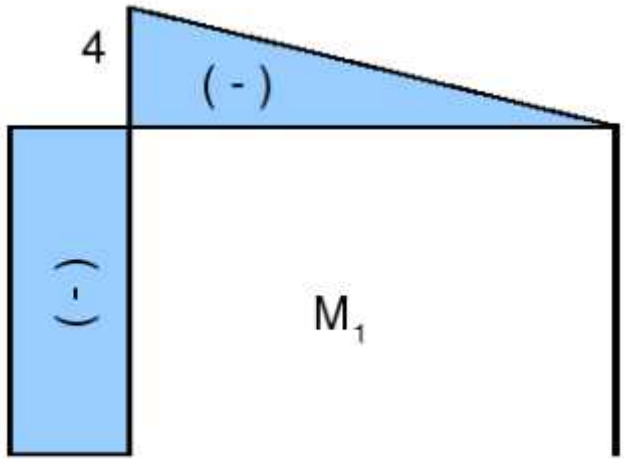
ÇARPIM TABLOSU $\int M_i M_k ds$

	k (L) k	k (L) k	k_1 (L) k_2	2° k_m (L)	2° (L) k	2° (L) k	k (L)
i (L) i	Lik	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{2}Li(k_1+k_2)$	$\frac{2}{3}Lik_m$	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{2}Lik$
(L) i	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{6}Li(k_1+2k_2)$	$\frac{1}{3}Lik_m$	$\frac{5}{12}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\alpha)ik$
i (L)	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{6}Lik$	$\frac{1}{6}Li(2k_1+k_2)$	$\frac{1}{3}Lik_m$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{12}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\beta)ik$
i_1 (L) i_2	$\frac{1}{2}L(i_1+i_2)k$	$\frac{1}{6}L(i_1+2i_2)k$					$\frac{1}{12}L[(1+\beta)i_1$ $+(1+\alpha)i_2]$
2° i_m (L)	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{1}{3}Li_mk$					$\frac{1}{3}L(1+\alpha\beta)i_mk$
2° (L) i	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{5}{12}Lik$					$\frac{1}{12}L(5-\beta-\beta^2)ik$
i (L) 2°	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$					$\frac{1}{12}L(5-\alpha-\alpha^2)ik$
2° (L) i	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{12}Li(k_1+3k_2)$	$\frac{1}{5}Lik_m$	$\frac{3}{10}Lik$	$\frac{1}{5}Lik$	$\frac{1}{12}L(1+\alpha+\alpha^2)ik$
i (L) 2°	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{12}Lik$	$\frac{1}{12}Li(3k_1+k_2)$	$\frac{1}{5}Lik$			k
i (αL βL)	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\alpha)ik$	$\frac{1}{6}Li[(1+\beta)k_1$ $+(1+\alpha)k_2]$	$\frac{1}{3}L(1+\alpha\beta)i_mk$	$\frac{1}{12}L(5-\beta-\beta^2)ik$	$\frac{1}{12}L(1+\alpha+\alpha^2)ik$	$\frac{1}{3}Lik$

$$EI\,\delta_{12} = \frac{1}{2} * \left(\frac{1}{2} * 4 * 3 * -4\right) + \left(\frac{1}{2} * 3 * 3 * -4\right)$$

$$EI\delta_{12} = EI\delta_{21} = -30$$

Kiriş ve kolonların atalet momentleri farklı



$$\delta_{11} = \int M_1 M_1 \frac{ds}{EI}$$

$$EI\,\delta_{11} = \frac{1}{2} * (\frac{1}{3} L\,i\,k) + (L\,i\,k)$$

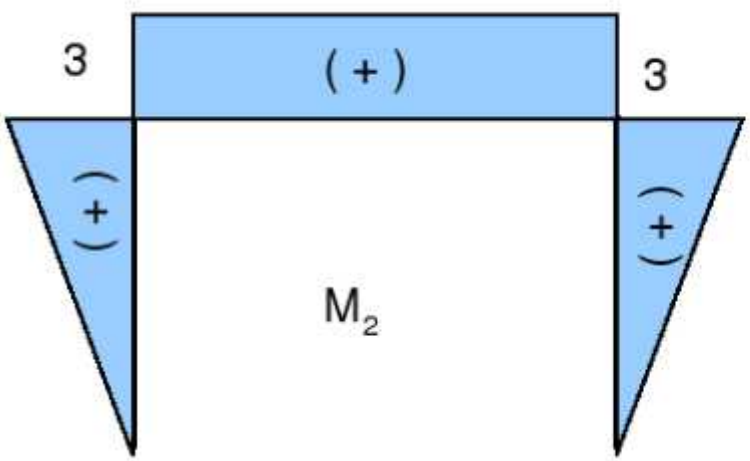
ÇARPIM TABLOSU $\int M_i M_k ds$

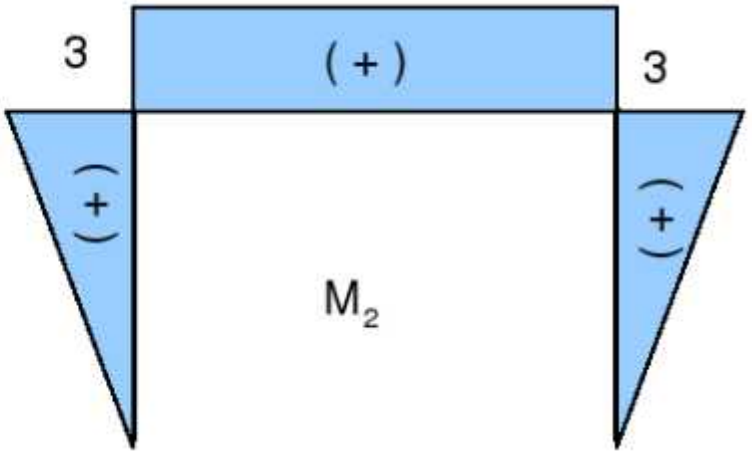
	k (dikdörtgen)	k (üçgen)	k_1 k_2 (yamuk)	k_m (parabol)	k	k	k
i (dikdörtgen)	Lik	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{2}Li(k_1+k_2)$	$\frac{2}{3}Lik_m$	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{2}Lik$
i (üçgen)	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{6}Li(k_1+2k_2)$	$\frac{1}{3}Lik_m$	$\frac{5}{12}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\alpha)ik$
i (ters üçgen)	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{6}Lik$	$\frac{1}{6}Li(2k_1+k_2)$	$\frac{1}{3}Lik_m$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{12}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\beta)ik$
i_1 i_2 (yamuk)	$\frac{1}{2}L(i_1+i_2)k$	$\frac{1}{6}L(i_1+2i_2)k$					$\frac{1}{6}L[(1+\beta)i_1$ $+(1+\alpha)i_2]$
2° i_m (parabol)	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{1}{3}Li_mk$					$\frac{1}{3}L(1+\alpha\beta)i_mk$
2° i (2° üçgen)	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{5}{12}Lik$					$\frac{1}{12}L(5-\beta-\beta^2)ik$
i 2° (ters 2° üçgen)	$\frac{2}{3}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$					$\frac{1}{12}L(5-\alpha-\alpha^2)ik$
2° i (2° üçgen)	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{4}Lik$	$\frac{1}{12}Li(k_1+3k_2)$	$\frac{1}{5}Lik_m$	$\frac{3}{10}Lik$	$\frac{1}{5}Lik$	$\frac{1}{12}L(1+\alpha+\alpha^2)ik$
i 2° (ters 2° üçgen)	$\frac{1}{3}Lik$	$\frac{1}{12}Lik$	$\frac{1}{12}Li(3k_1+k_2)$	$\frac{1}{5}Lik$			k
i (yamuk)	$\frac{1}{2}Lik$	$\frac{1}{6}L(1+\alpha)ik$	$\frac{1}{6}Li[(1+\beta)k_1$ $+(1+\alpha)k_2]$	$\frac{1}{3}L(1+\alpha\beta)i_mk$	$\frac{1}{12}L(5-\beta-\beta^2)ik$	$\frac{1}{12}L(1+\alpha+\alpha^2)ik$	$\frac{1}{3}Lik$

$$EI\,\delta_{11} = \frac{1}{2} * \left(\frac{1}{3} * 4 * -4 * -4\right) + (3 * -4 * -4)$$

$$EI\delta_{11} = 58.667$$

Kiriş ve kolonların atalet momentleri farklı

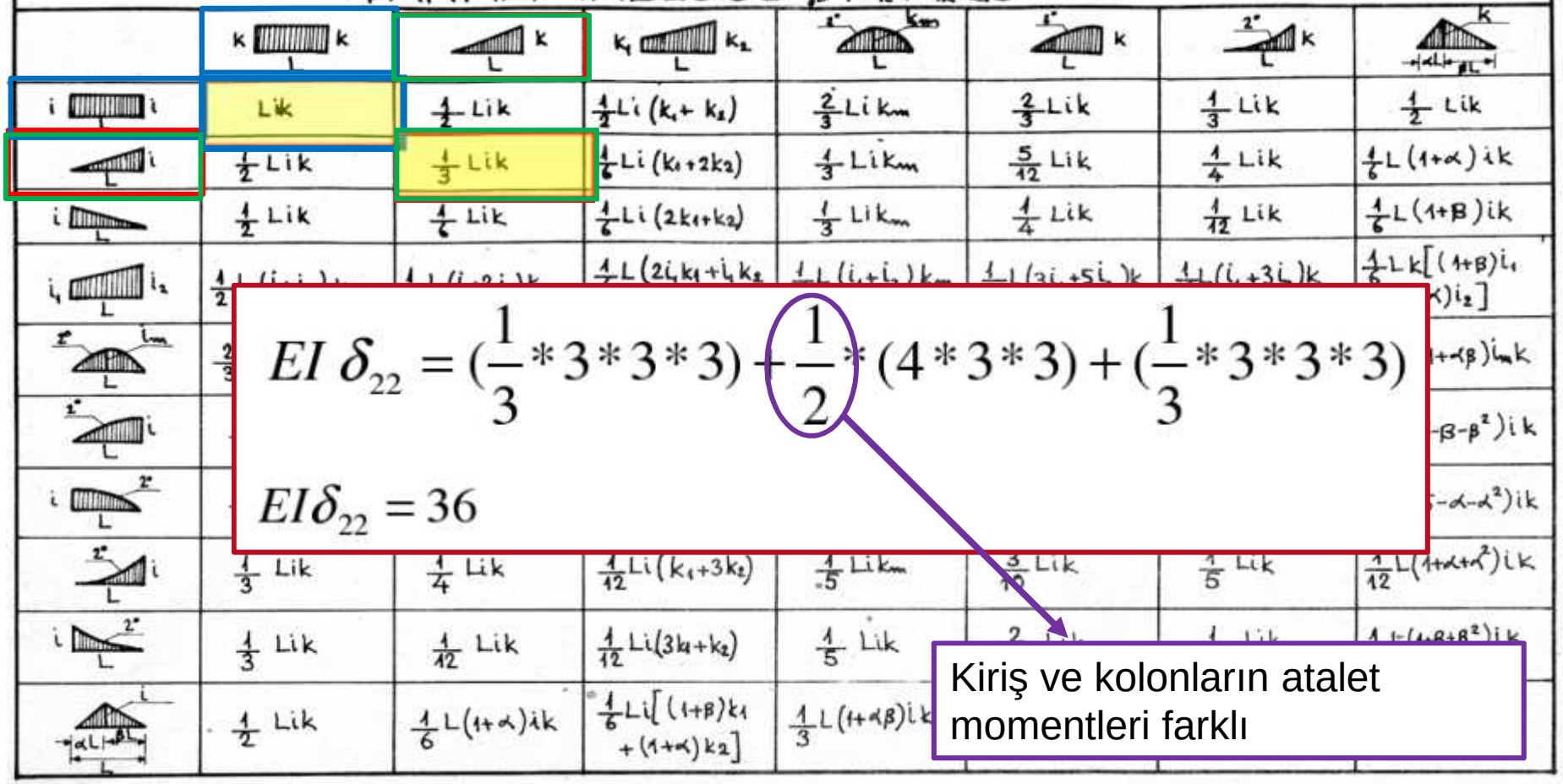




$$\delta_{22} = \int M_2 M_2 \frac{ds}{EI}$$

$$EI\,\delta_{22} = (\frac{1}{3} L i k) + \frac{1}{2} * (L i k) + (\frac{1}{3} L i k)$$

ÇARPIM TABLOSU $\int M_i M_k ds$



$$EI\,\delta_{22} = \left(\frac{1}{3} * 3 * 3 * 3\right) + \frac{1}{2} * (4 * 3 * 3) + \left(\frac{1}{3} * 3 * 3 * 3\right)$$

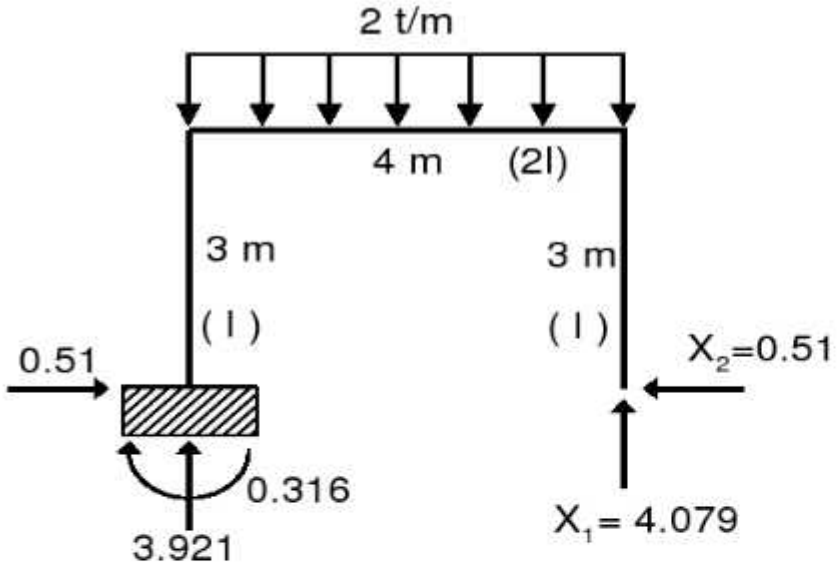
$$EI\delta_{22} = 36$$

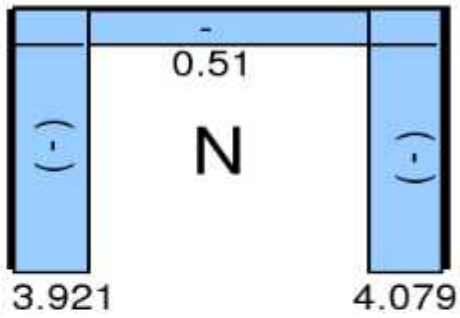
Kiriş ve kolonların atalet momentleri farklı

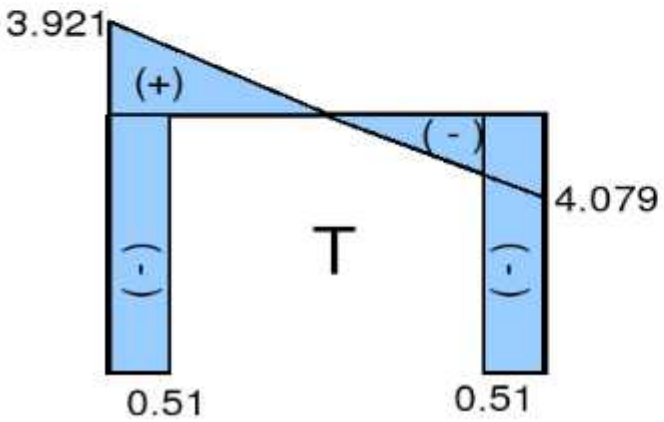
$$\delta_1 = \delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2$$
$$\delta_2 = \delta_{20} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2$$

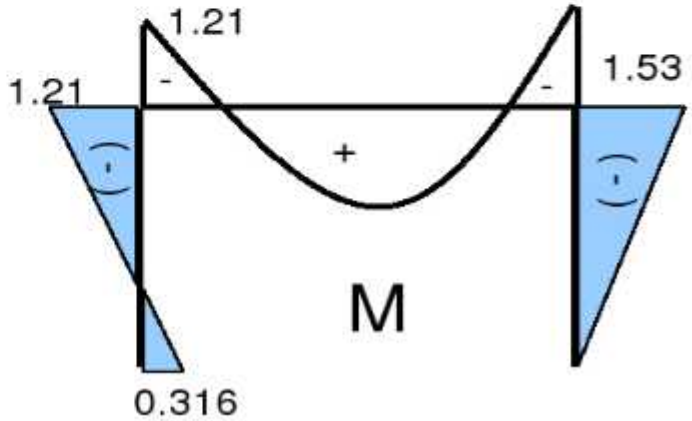
$$\left.\begin{aligned} EI\delta_{10} &= 224 \\ EI\delta_{11} &= 58.667 \\ EI\delta_{20} &= -104 \\ EI\delta_{12} &= EI\delta_{21} = -30 \\ EI\delta_{22} &= 36 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \delta_1 &= 224 + 58.667 X_1 - 30 X_2 = 0 \\ \delta_2 &= -104 - 30 X_1 + 36 X_2 = 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} X_1 &= -4.079 \\ X_2 &= -0.51 \end{aligned}$$


2 t/m
4 m
(2I)
3 m
3 m
(I)
(I)
0.51
X2=0.51
0.316
3.921
X1= 4.079


-
0.51
N
3.921
4.079


3.921
(+)
(-)
4.079
T
0.51
0.51


1.21
1.21
-
-
1.53
+
M
0.316