

# YAPI STATİĞİ II

## KUVVET METODU

### MESNET ÇÖKMESİ\_SICAKLIK DEĞİŞİMİ

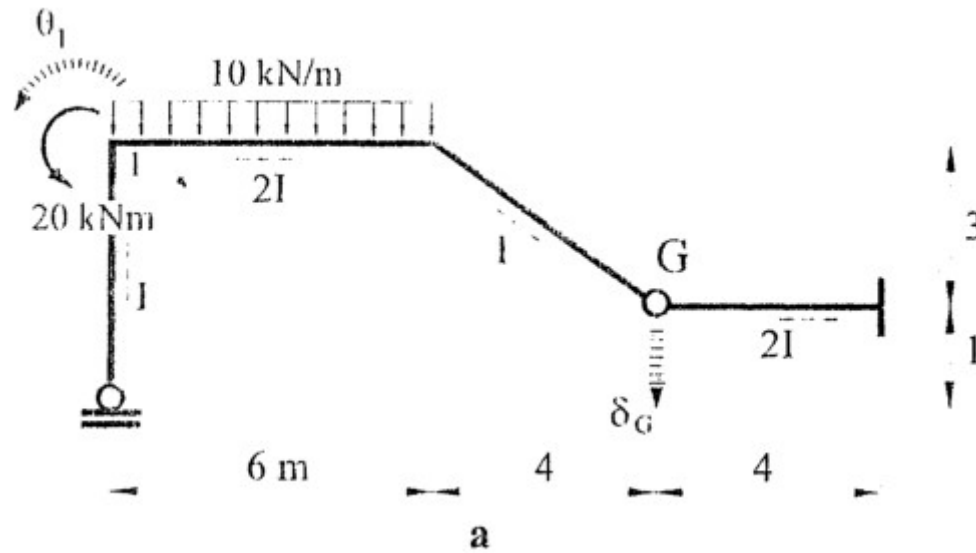
Hazırlayan: Yard.Doç.Dr.Kıvanç TAŞKIN

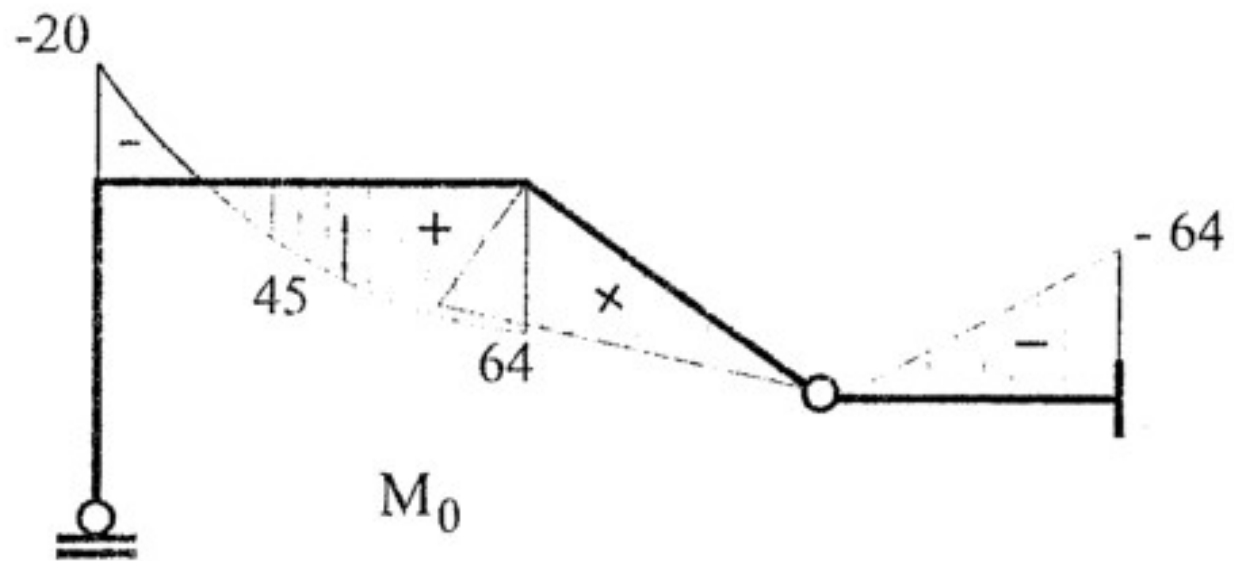
## Örnek 1:

Çubuklarının eğilme rijitlikleri seçilmiş olan aşağıdaki izostatik sistemin G noktasında oluşacak  $\delta_G$  düşey yerdeğiştirmesi ile 1 numaralı düğüm noktasındaki  $\theta_1$  dönmesinin,

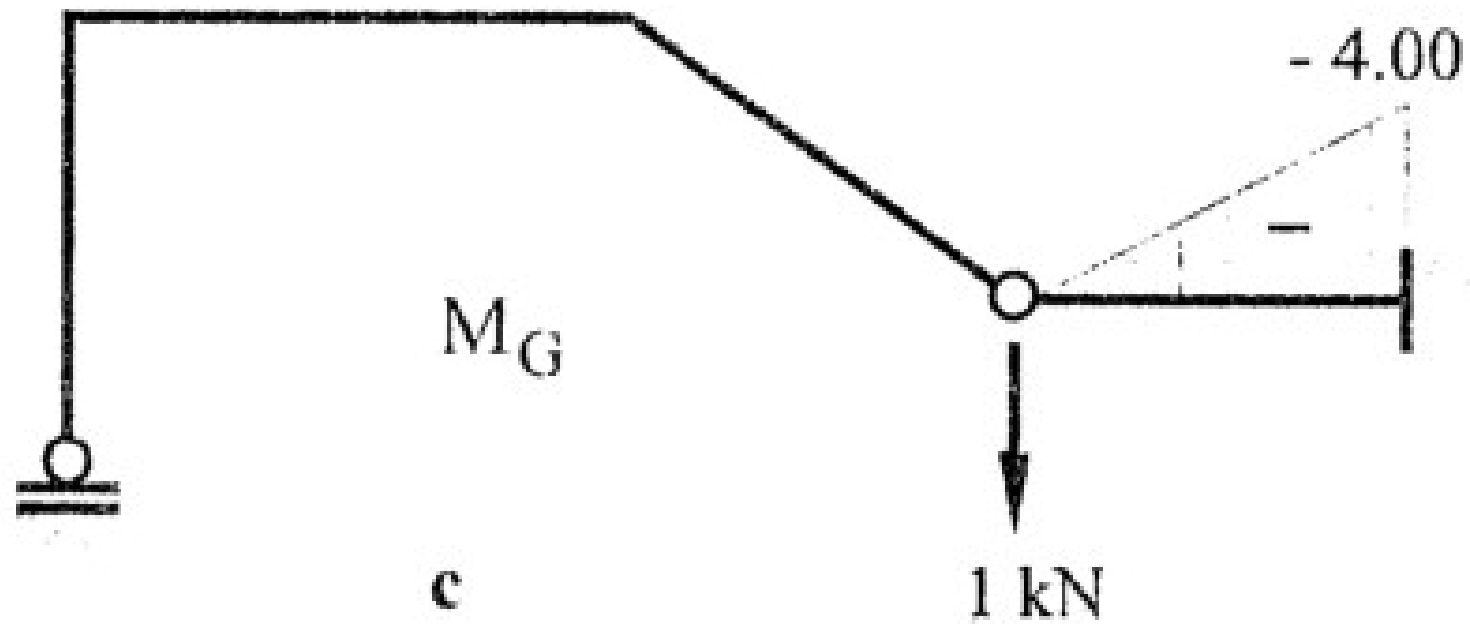
a)  $EI$  cinsinden

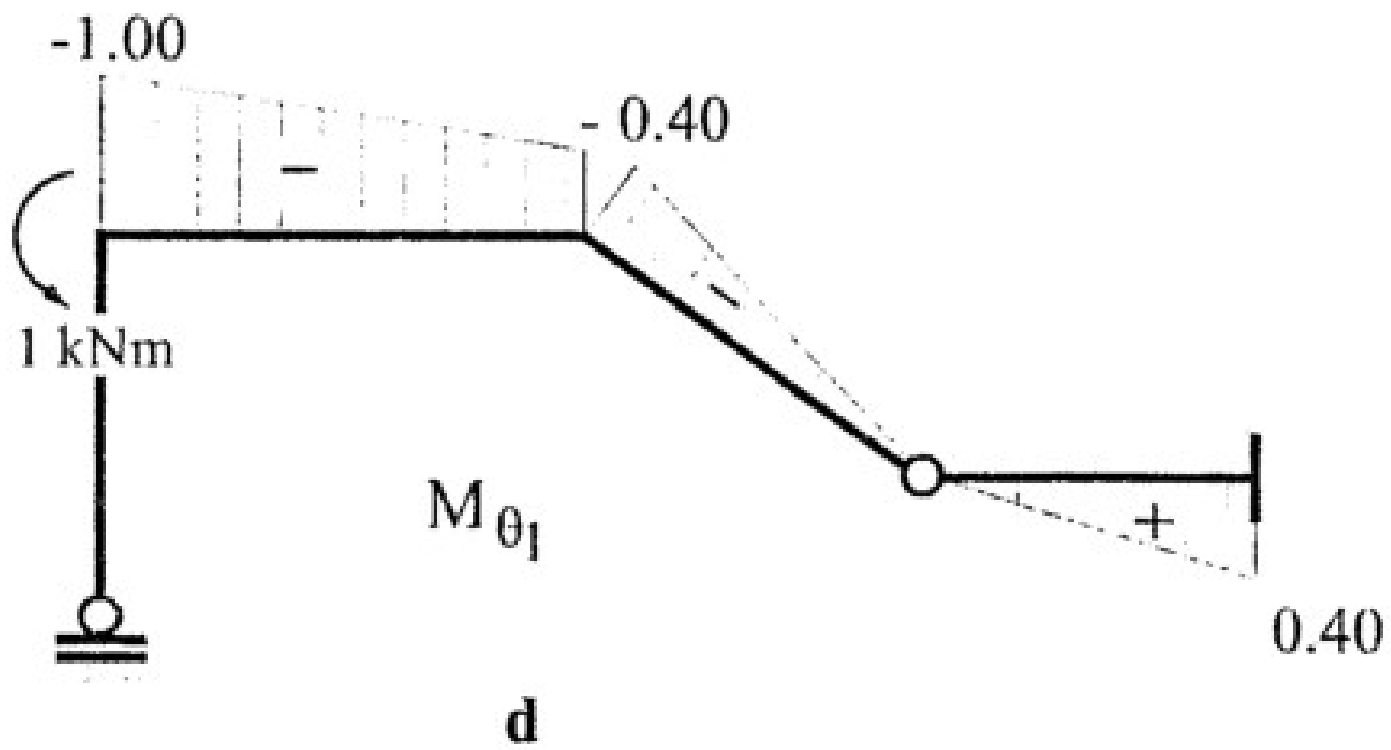
b)  $I_c = 2I$  alarak  $EI_c$  cinsinden elde edilmesi.

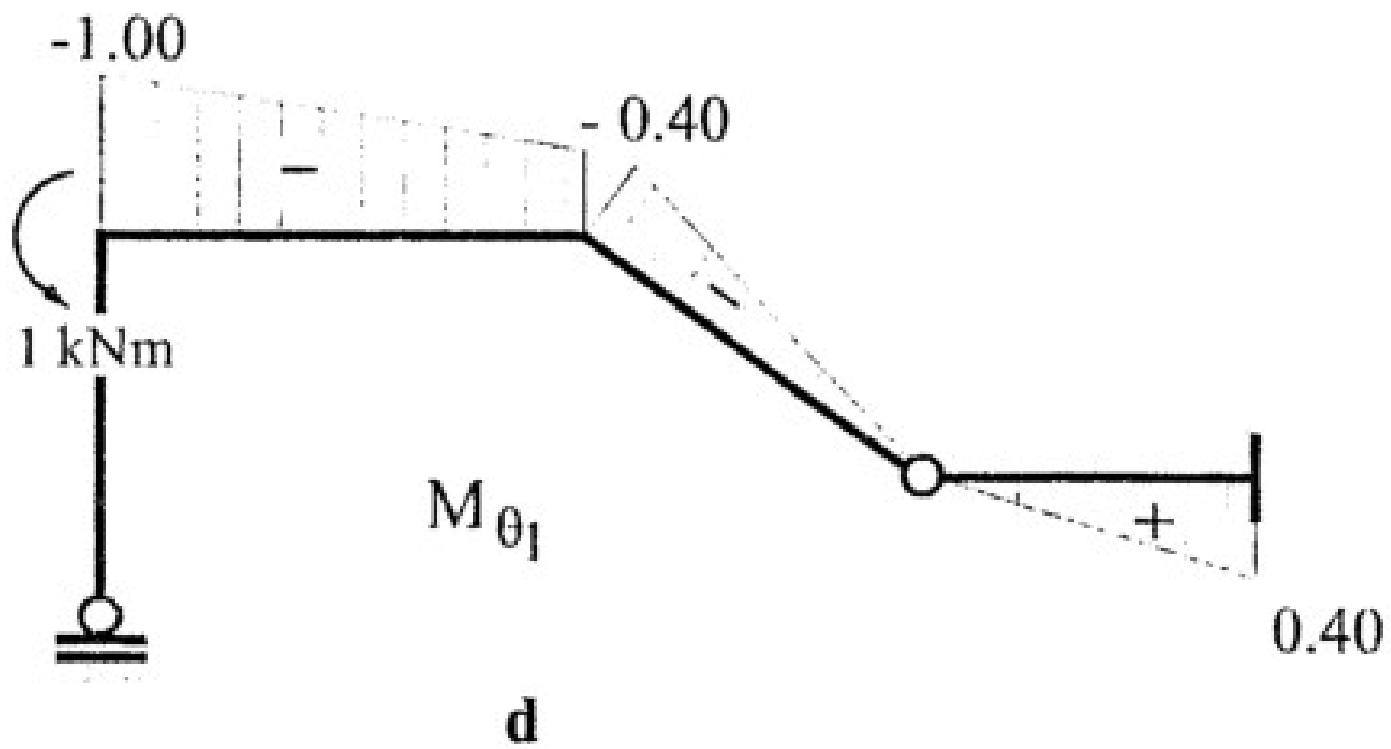




**b**







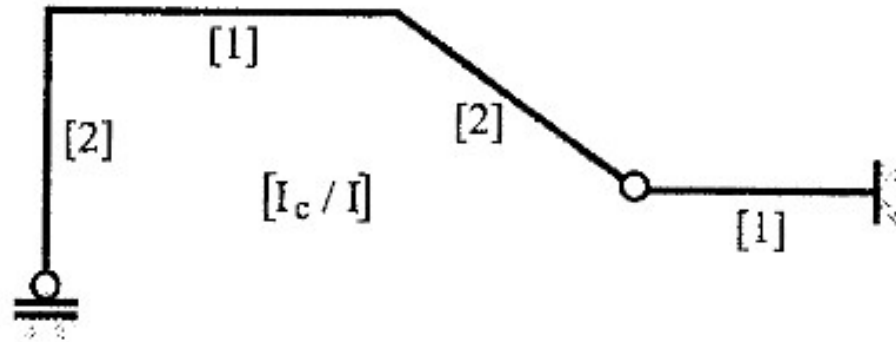
Şekil A<sub>a</sub>, dış yükleri, Şekil A<sub>b</sub>, bu yüklerden oluşan moment diyagramını, Şekil A<sub>c</sub>,  $\delta_G$  düşey yerdeğiştirmesinin hesabı için yapılan birim yükleme ve ondan oluşan moment diyagramını, Şekil A<sub>d</sub>, I numaralı düğüm noktasının  $\theta_1$  dönmesinin hesabı için yapılan birim moment yüklemesi ve bu yüklemeden ortaya çıkan yardımcı moment diyagramını göstermekte olduğuna göre;

$$\delta_G = \int M_{\delta_G} \times M_0 \frac{ds}{EI} = \frac{1}{3} \times 4.00 \times (-4) \times (-64) \times \frac{1}{2EI} \Rightarrow \delta_G = \frac{170.667}{EI}$$

$$\begin{aligned} \theta_1 = \int M_{\theta_1} \times M_0 \frac{ds}{EI} &= \frac{1}{6} \times 6.0 \times [2 \times (-20) \times (-1) + (-1) \times 64 + (-0.4) \times (-20) \\ &+ 2 \times 64 \times (-0.4)] \times \frac{1}{2EI} + \frac{1}{3} \times 6.0 \times 45 \times (-1.0 - 0.4) \times \frac{1}{2EI} \\ &+ \frac{1}{3} \times 5.0 \times (-0.4) \times 64 \times \frac{1}{EI} + \frac{1}{3} \times 4.0 \times 0.4 \times (-64) \times \frac{1}{2EI} \quad \theta_1 = \frac{-156.334}{EI} \end{aligned}$$

b. Yukarıdaki ifadenin her iki yanını  $EI_c$  ile çarpılırsa

$$EI_c \delta_G = \int M_{\delta_G} \times M_0 \left[ \frac{EI_c}{EI} \right] ds = \int M_{\delta_G} \times M_0 \left[ \frac{I_c}{I} \right] ds$$





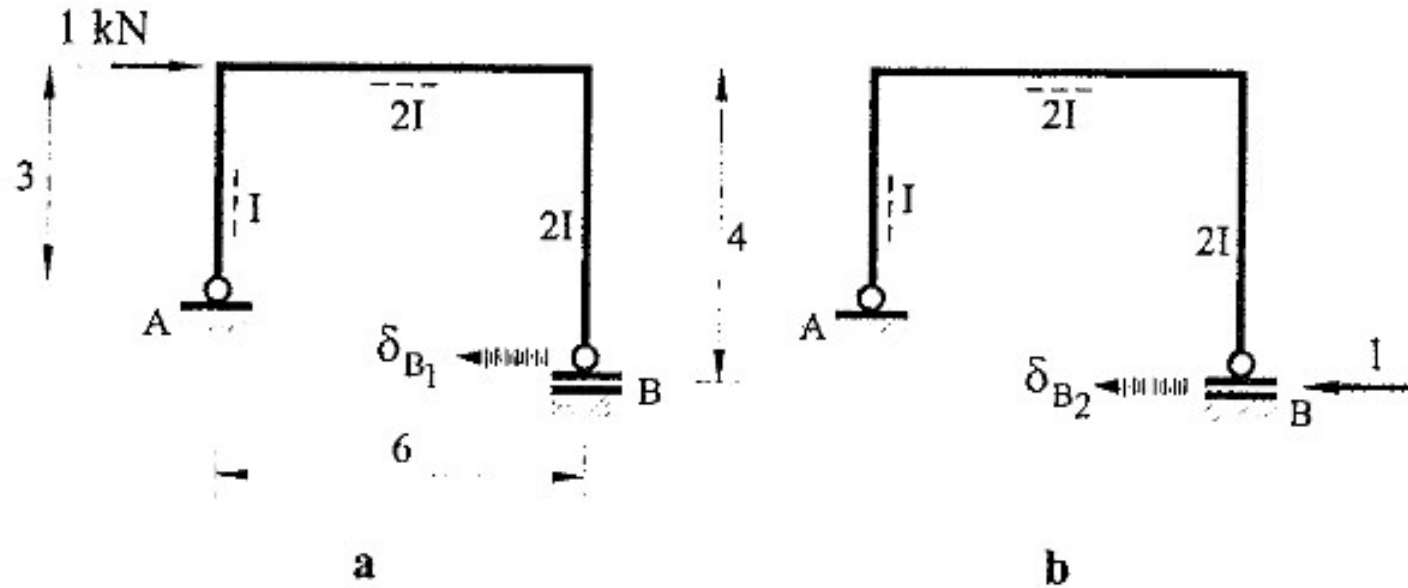
---

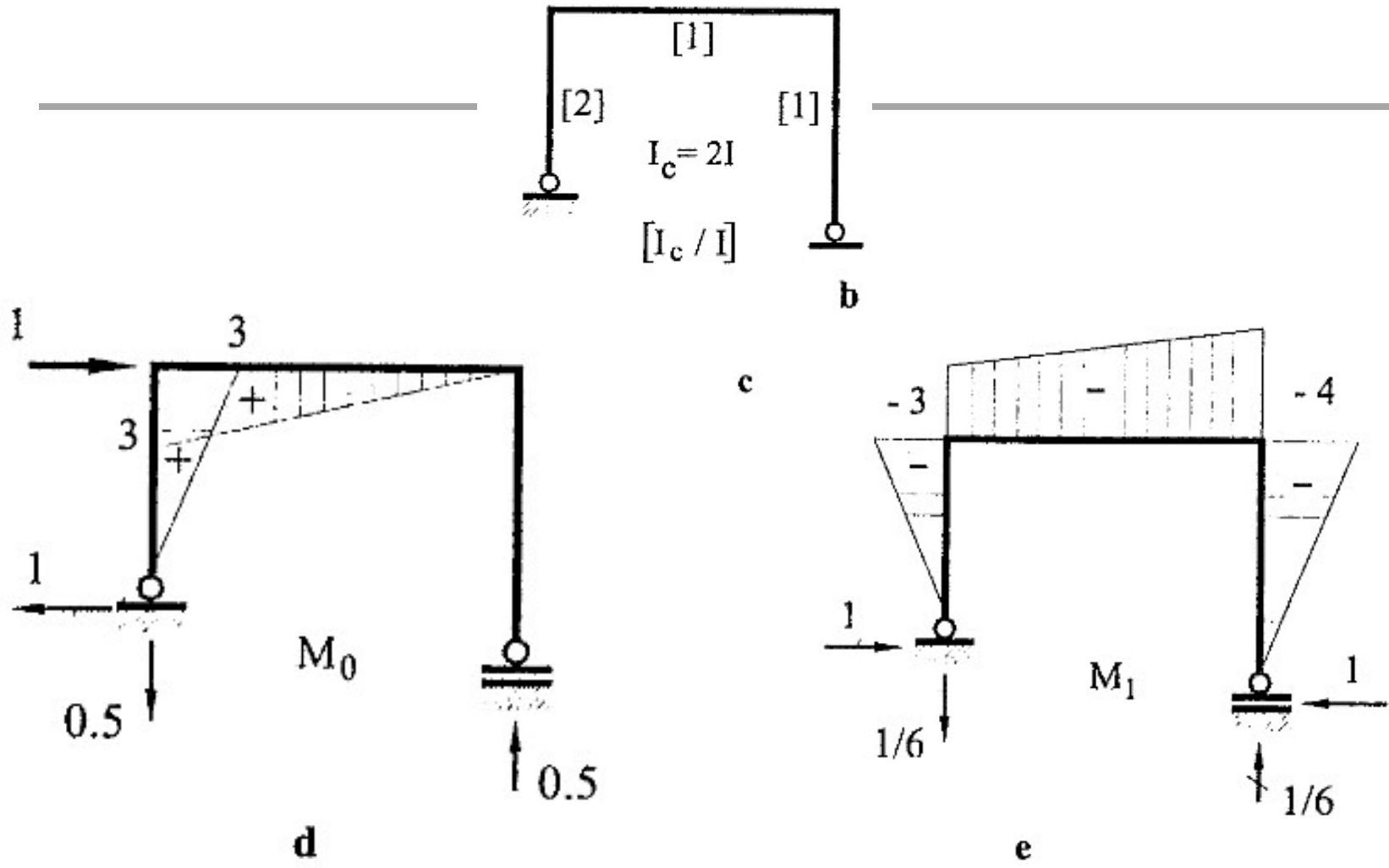
$$EI_c \delta_G = \int M_{\delta_G} M_0 \left[ \frac{I_c}{I} \right] ds = \frac{1}{3} \times 4 \times (-4) \times (-64) \times [1] = 341.333$$

$$EI_c \theta_1 = \int M_{\theta_1} M_0 \left[ \frac{I_c}{I} \right] ds = \frac{1}{6} \times 6.0 \times [2 \times (-20) \times (-1) + (-1) \times 64$$
$$+ (-0.4) \times (-20) + 2 \times 64 \times (-0.4)] \times [1] + \frac{1}{3} \times 6.0 \times 45 \times (-1.0 - 0.4) \times [1]$$
$$+ \frac{1}{3} \times 5.0 \times (-0.4) \times 64 \times [2] + \frac{1}{3} \times 4.0 \times 0.4 \times (-64) \times [1] = -312.668$$

## Örnek 2:

Şekil A<sub>a</sub> ve A<sub>b</sub>'de verilen iki ayrı yükleden dolayı, aynı şekiller üzerinde gösterilmekte olan  $\delta_{B1}$  ve  $\delta_{B2}$  yerdeğiştirmelerinin  $I_c = 2I$  alınarak  $EI_c$  cinsinden hesabının yapılması.





---

$$EI_c \delta_{B_1} = \int M_1 M_0 \left[ \frac{I_c}{I} \right] ds = \frac{1}{3} \times 3.0 \times 3 \times (-3) \times [2] + \frac{1}{6} \times 6.0 \times 3 \times (-2 \times 3 - 4) \times [1] = -48$$

$$EI_c \delta_{B_2} = \int M_1 M_1 \left[ \frac{I_c}{I} \right] ds = \frac{1}{3} \times 3.0 \times (-3) \times (-3) \times [2]$$

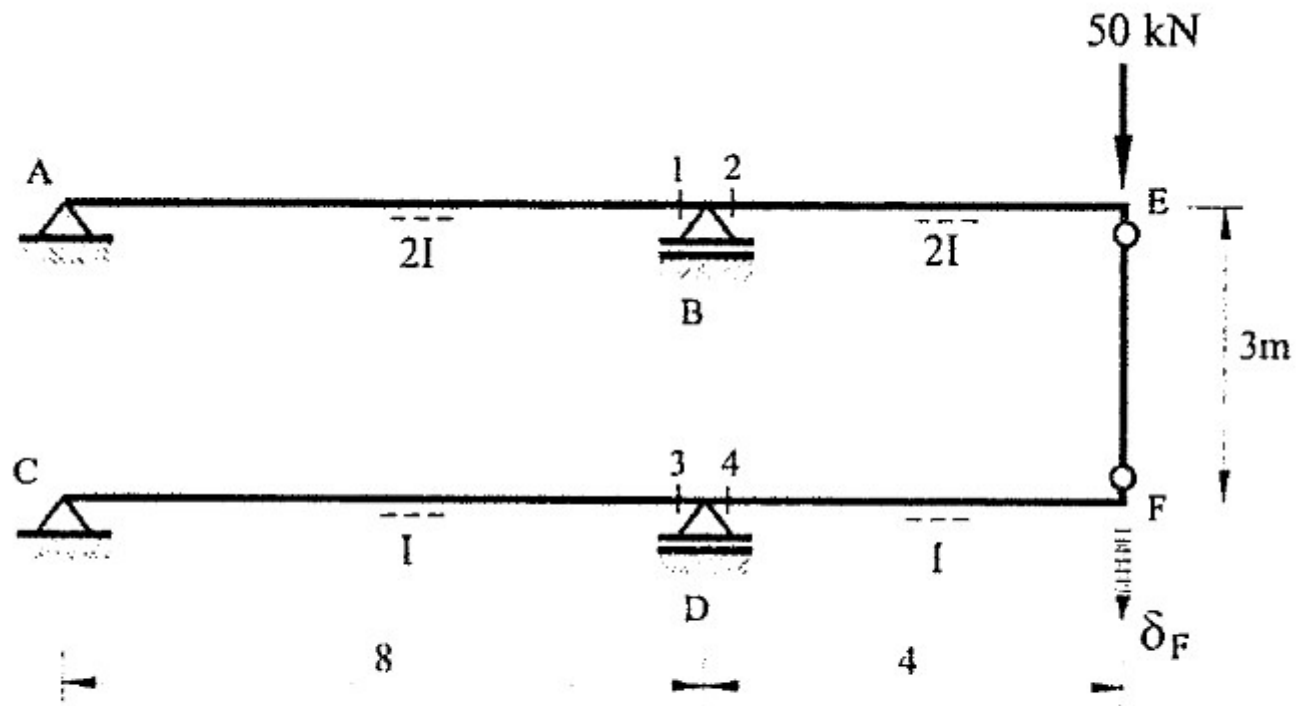
$$+ \frac{1}{6} \times 6.0 \times (2 \times 3 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 3 + 2 \times 4 \times 4) \times [1] + \frac{1}{3} \times 4.0 \times (-4) \times (-4) \times [1]$$

$$= 113.333$$

## Örnek 3:

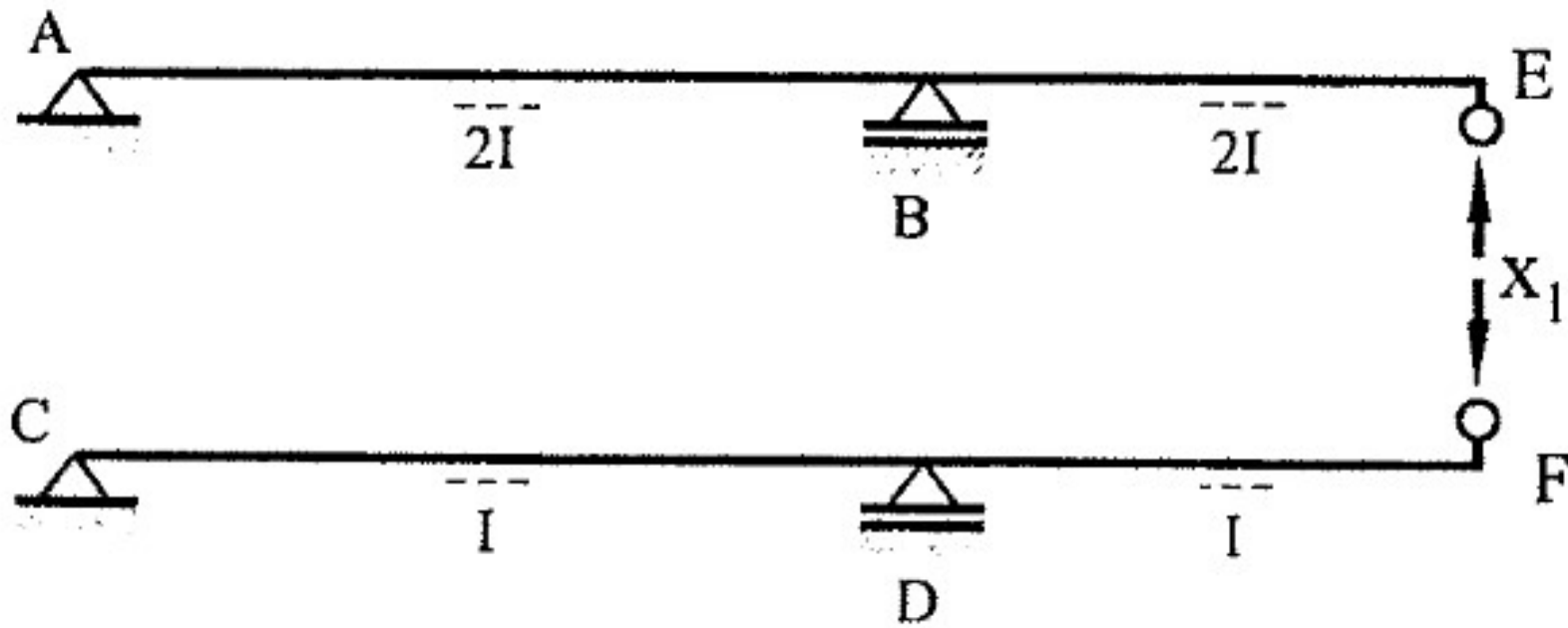
Geometrisi ve dış yükleri Şekil A'da verilen hiperstatik sistemin sadece eğilme şekildeğiştirmeleri göz önüne alınarak çözümlenip,

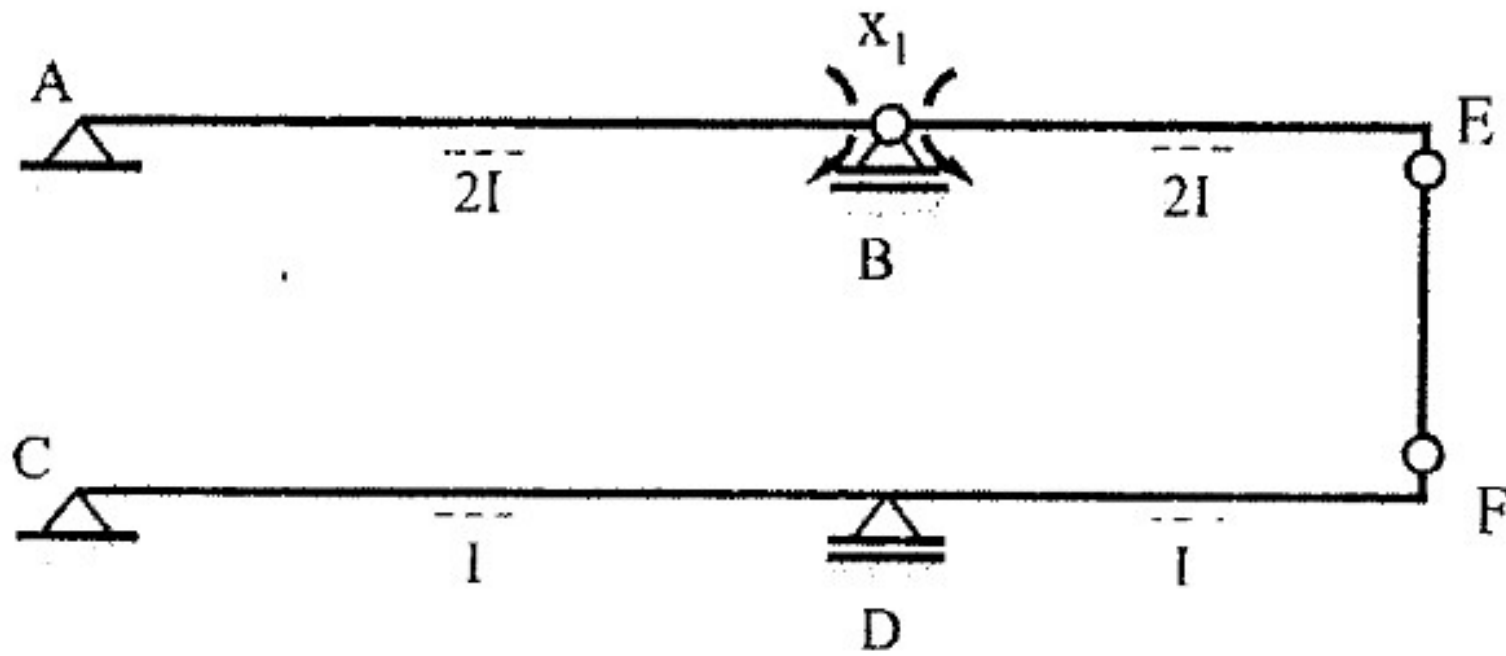
- $M$  eğilme momenti ve  $T$  kesme kuvveti diyagramlarının çizilmesi,
- EF gergisinin aksenal rijitliğinin  $EF_{gergi} = EI/10$  olması durumunda, gergideki aksenal şekildeğiştirmelerin de hesaba katılarak  $M$  ve  $T$  diyagramlarının yeniden çizilmesi,
- F noktasındaki  $\delta_F$  düşey yerdeğiştirmesinin  $EI$  cinsinden hesabı,
- B ve D mesnetlerindeki  $\varphi_{12}$  ve  $\varphi_{34}$  dönmelerinin  $EI$  cinsinden hesabı.



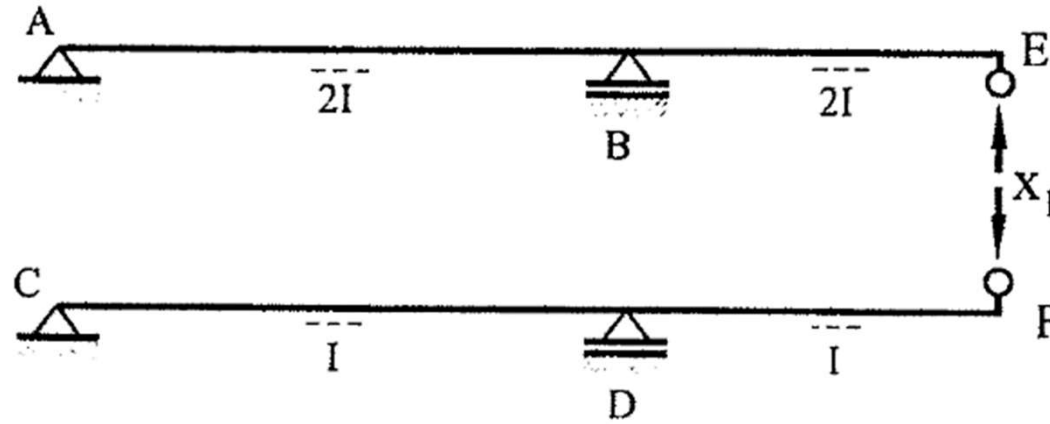
Şekil A

*i. İzostatik esas sistem ve hiperstatik bilinmeyen seçenekleri*



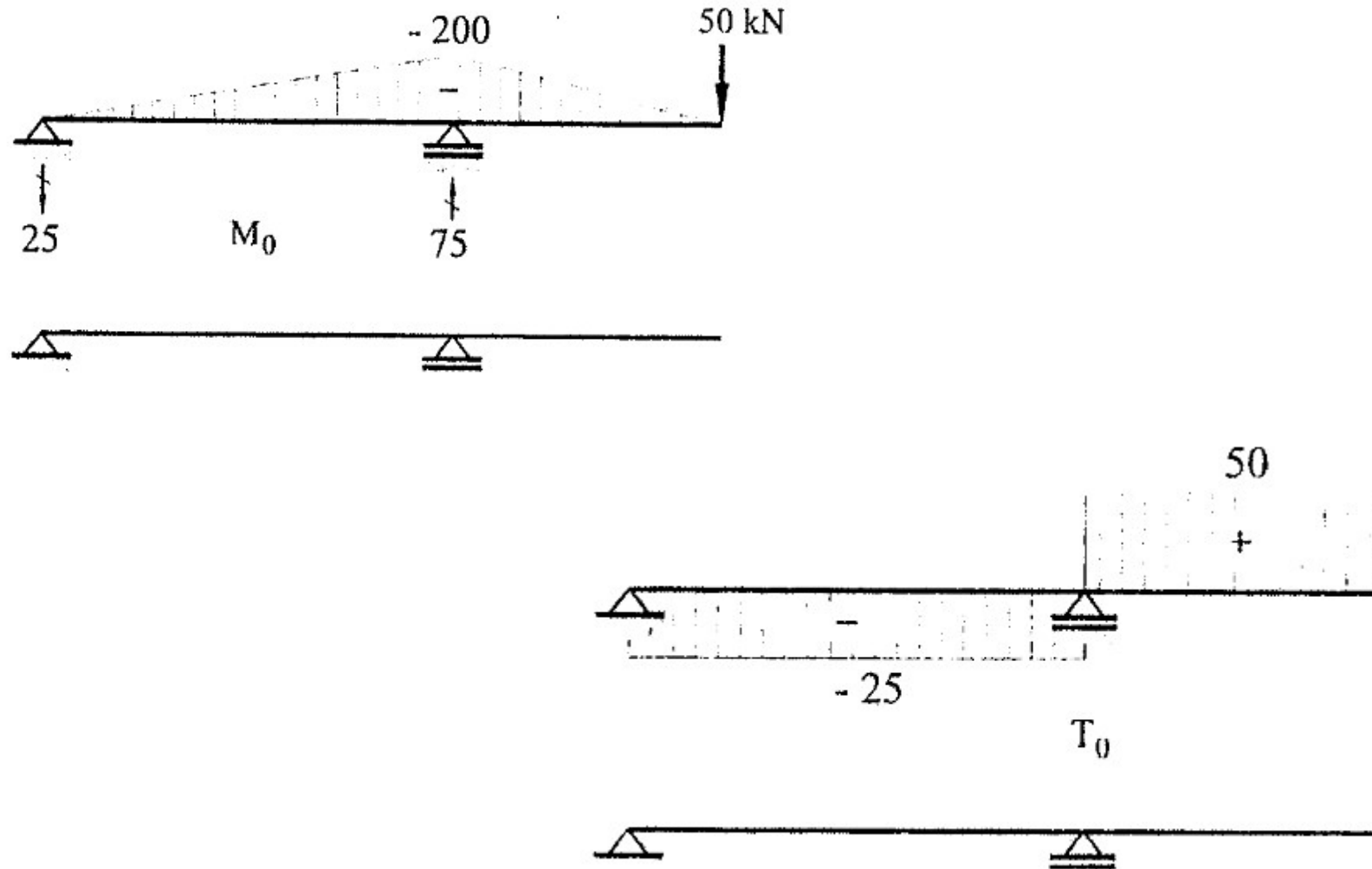




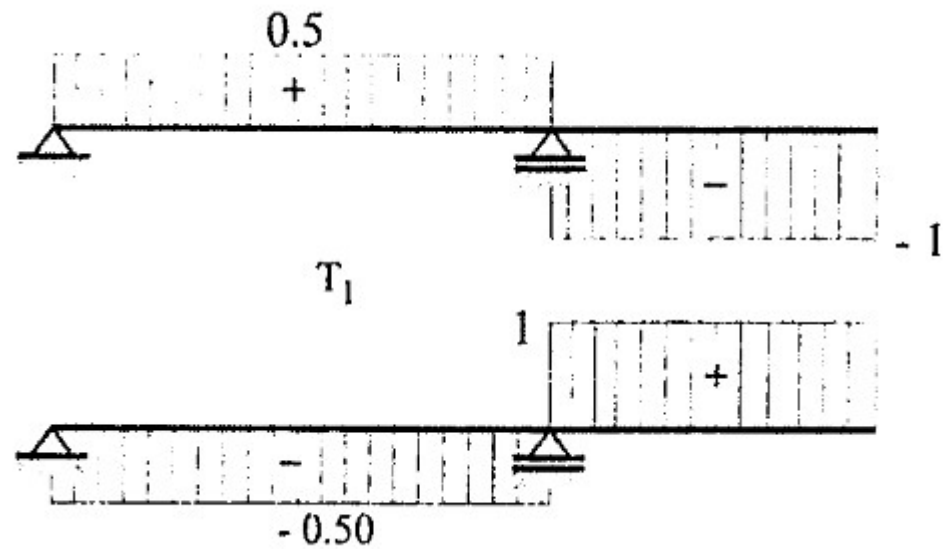
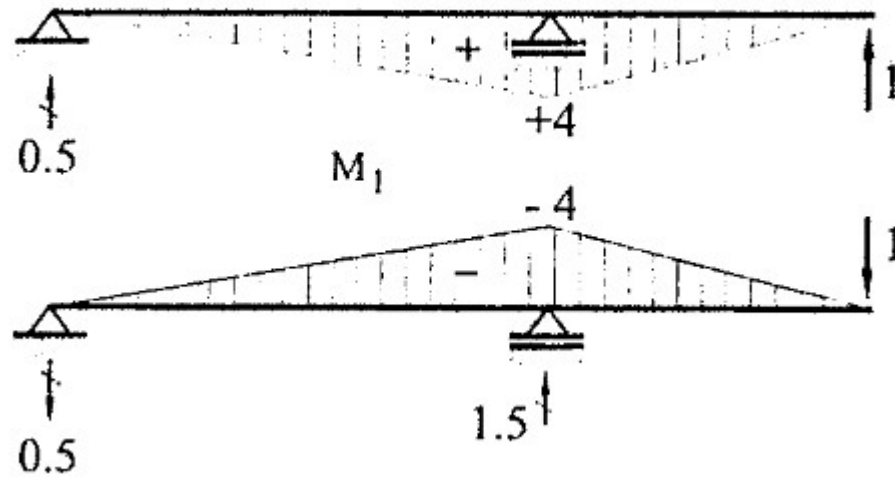


Çözümde kullanılmak üzere izostatik esas sistem seçenekleri içinden *Seçenek 1*'in kullanılması, üstteki çıkmadan alttaki çıkmaya aktarılan dış kuvvet miktarının öncelikle elde edilebilmesi amacını gütmektedir.

ii.  $X = 0$  Yüklemesi



iii.  $X_1 = 1$  yüklemesi



iv.  $\delta_{ij}$  yerdeğiştirmelerinin bulunması

---

$$\delta_{10} = \frac{1}{3} \times 8 \times (-200) \times (4) \times \frac{1}{2EI} + \frac{1}{3} \times 4 \times (-200) \times (4) \times \frac{1}{2EI}$$
$$= -\frac{1600}{EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3} \times 8 \times (4) \times (4) \times \frac{1}{2EI} + \frac{1}{3} \times 4 \times (4) \times (4) \times \frac{1}{2EI}$$
$$+ \frac{1}{3} \times 8 \times (-4) \times (-4) \times \frac{1}{EI} + \frac{1}{3} \times 4 \times (-4) \times (-4) \times \frac{1}{EI}$$
$$= \frac{96}{EI}$$

v. Süreklilik denklemlerinin yazılması ve çözümü

---

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{10} = 0 \quad 96X_1 - 1600 = 0 \quad \Rightarrow X_1 = 16.667 \text{ kN}$$

vi. Süperpozisyonla kesit zorlarının bulunması

$$M^1 = M^2 = M_0 + M_1 \times X_1 = -200 + 4 \times 16.667 = -133.333 \text{ kNm}$$

$$M^3 = M^4 = M_0 + M_1 \times X_1 = 0 + (-4) \times 16.667 = -66.667 \text{ kNm}$$

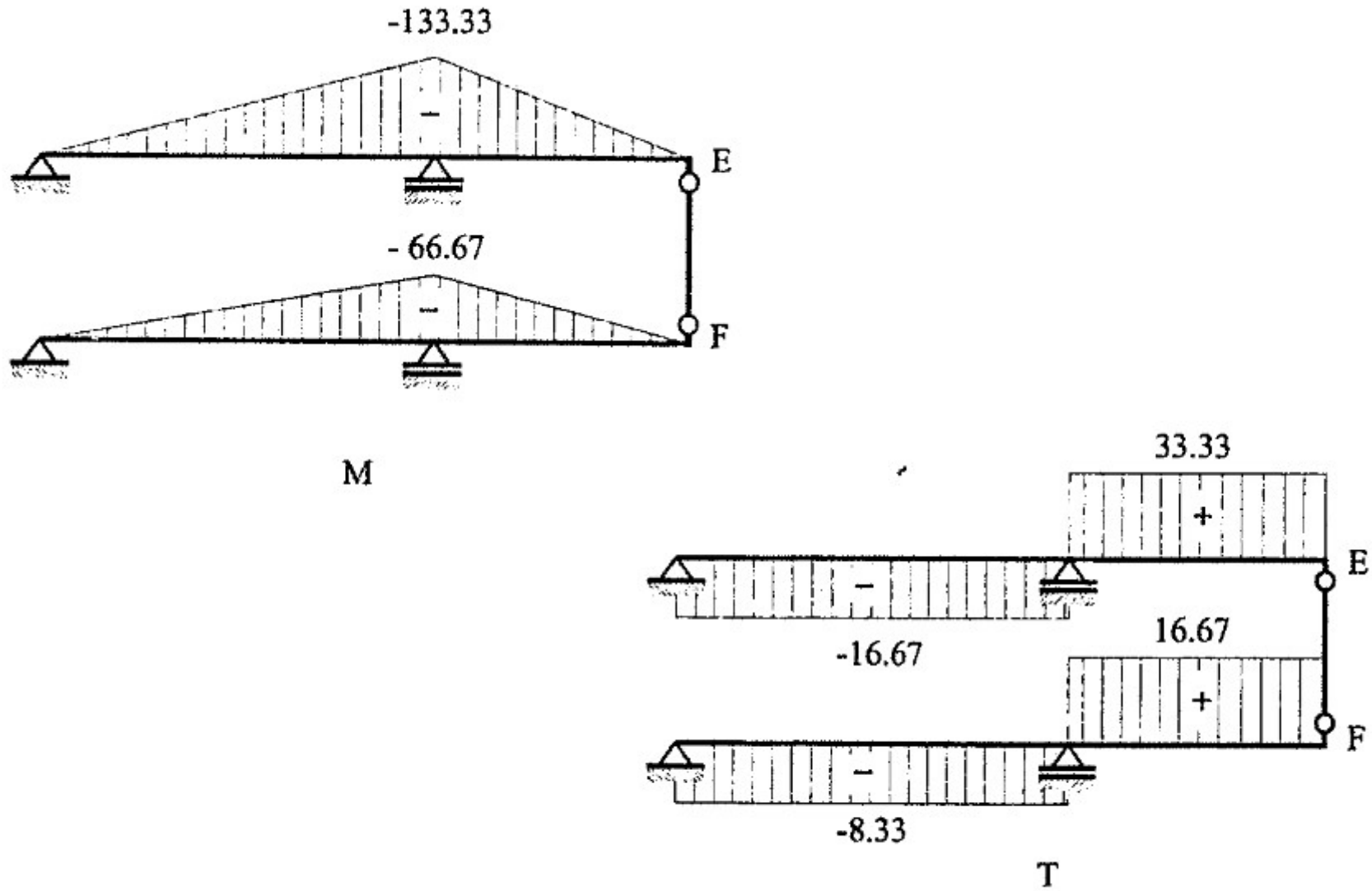
$$T^1 = T_0 + T_1 \times X_1 = -25 + 0.5 \times 16.667 = -16.667 \text{ kN}$$

$$T^2 = T_0 + T_1 \times X_1 = 50 + (-1) \times 16.667 = 33.333 \text{ kN}$$

$$T^3 = T_0 + T_1 \times X_1 = 0 + (-0.5) \times 16.667 = -8.333 \text{ kN}$$

$$T^4 = T_0 + T_1 \times X_1 = 0 + 1 \times 16.667 = 16.667 \text{ kN}$$

vii. *M ve T Diyagramları*



---

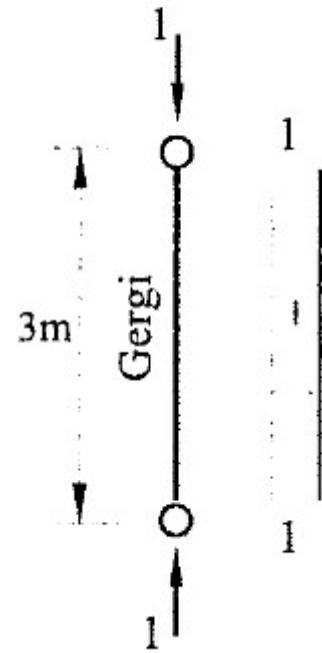
$EF_{gergi} = EI/10$  seçilmiş olması özel durumunda EF gergisindeki uzama şekildeğişimlerinin de gözönüne alınarak hesap yapılması

EF gergisindeki uzama şekildeğişimleri de yerdeğiştirme hesaplarına katılmak istenirse,  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{10}$  terimleri

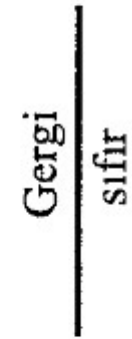
$$\delta_{11} = \int M_1 \times M_1 \frac{ds}{EI} + \int N_1 \times N_1 \frac{ds}{EF_{gergi}}$$

$$\delta_{10} = \int M_1 \times M_0 \frac{ds}{EI} + \int N_1 \times N_0 \frac{ds}{EF_{gergi}}$$

$N_1$  diyagramı



$N_0$  diyagramı





Buna göre önceki  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{10}$  terimlerinden de yararlanarak yeni  $\delta_{ij}$  terimleri ve yeni  $X_1$  hiperstatik bilinmeyeni

$$\delta_{11} = \int M_1 \times M_1 \frac{ds}{EI} + \int N_1 \times N_1 \frac{ds}{EF_{gergi}} = \frac{96}{EI} + 3 \times (-1) \times (-1) \frac{1}{EF_{gergi}}$$

$$\Rightarrow \delta_{11} = \frac{96}{EI} + \frac{3}{EI/10} = \frac{126}{EI}$$

$$\delta_{10} = \int M_1 \times M_0 \frac{ds}{EI} + \int N_1 \times N_0 \frac{ds}{EF_{gergi}} = -\frac{1600}{EI} + 0 = -\frac{1600}{EI}$$

$$\Rightarrow \delta_{10} = -\frac{1600}{EI} + 0 = -\frac{1600}{EI}$$

---

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{10} = 0$$

$$126X_1 - 1600 = 0 \Rightarrow X_1 = 12.698 \text{ kN}$$

Bu durum için yapılan yeni süperpozisyonlar

$$M^1 = M^2 = M_0 + M_1 \times X_1 = -200 + 4 \times 12.698 = -149.208 \text{ kNm}$$

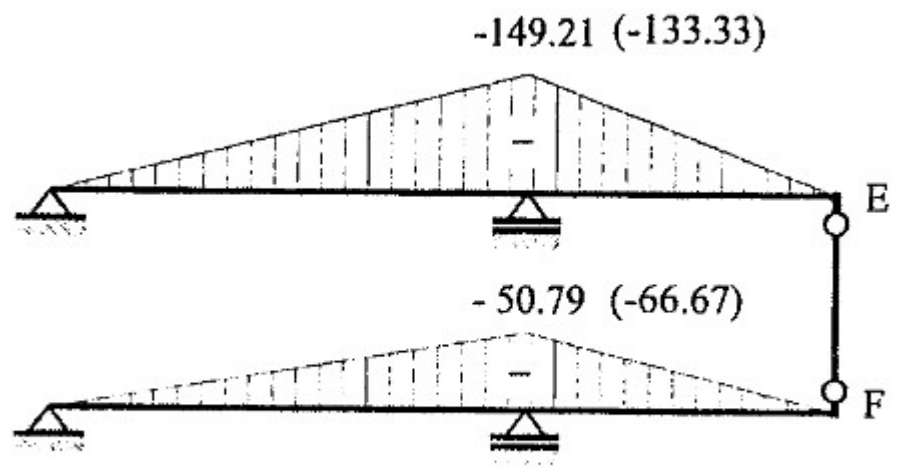
$$M^3 = M^4 = 0 + (-4) \times 12.698 = -50.792 \text{ kNm}$$

$$T^1 = T_0 + T_1 \times X_1 = -25 + 0.5 \times 12.698 = -18.651 \text{ kN}$$

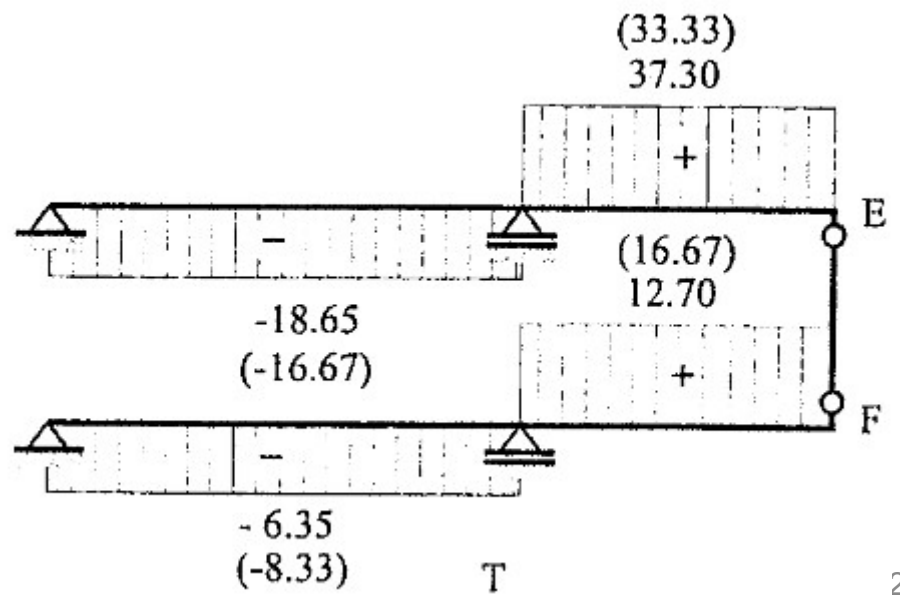
$$T^2 = 50 + (-1) \times 12.698 = 37.302 \text{ kN}$$

$$T^3 = 0 + (-0.5) \times 12.698 = -6.349 \text{ kN}$$

$$T^4 = 0 + 1 \times 12.698 = 12.698 \text{ kN}$$

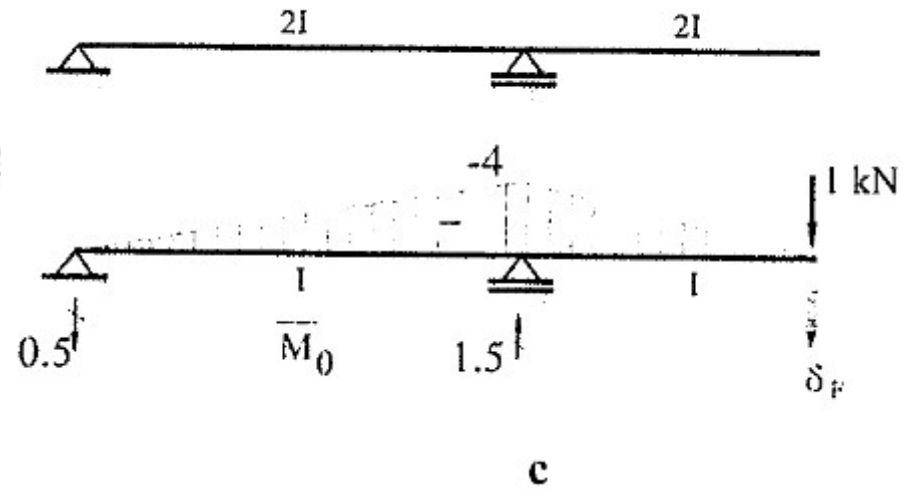
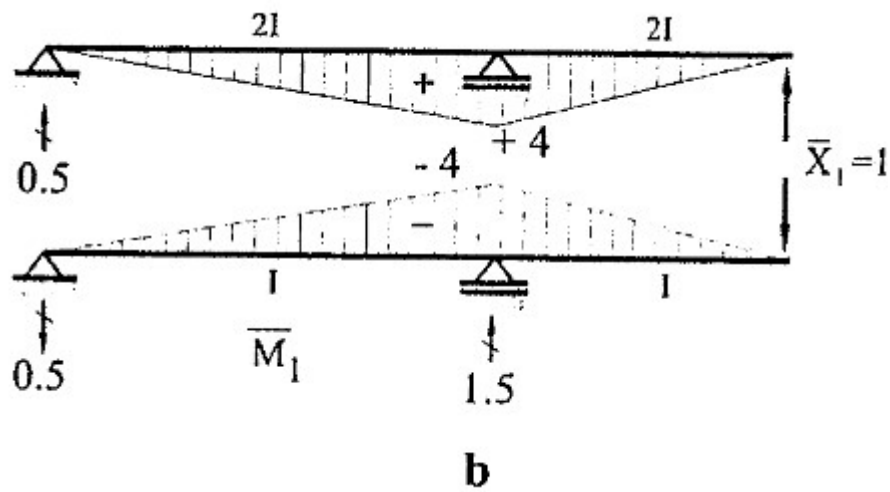
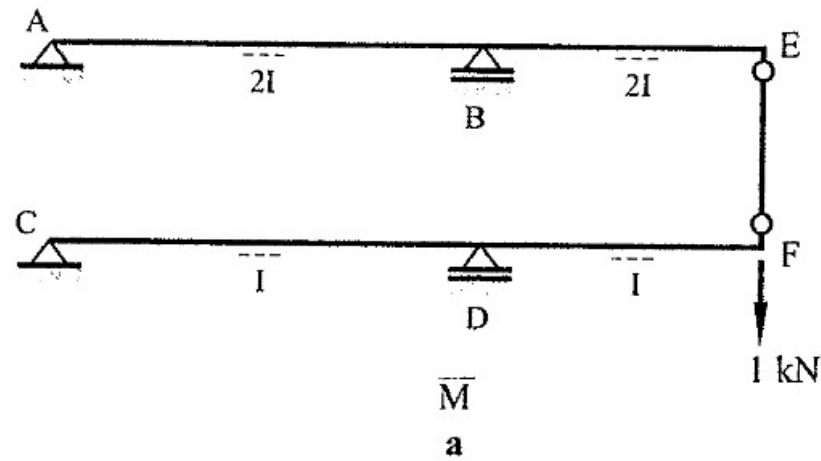


M



T

**ix.** F noktasındaki  $\delta_F$  düşey yerdeğiştirmesinin hesabı



---

$$1 \times \delta_F = \int M \times \bar{M} \frac{ds}{EI}$$

$$\delta_F = \int M \times \bar{M} \frac{ds}{EI} = \int M \times (\bar{M}_0 + \bar{M}_1 \bar{X}_1) \frac{ds}{EI} = \int M \times \bar{M}_0 \frac{ds}{EI} + \int (M \times \bar{M}_1 \times X_1) \frac{ds}{EI}$$

$$\delta_F = \int M \times \bar{M}_0 \frac{ds}{EI} + X_1 \times \bar{M}_1 \frac{ds}{EI} = \int M \times \bar{M}_0 \frac{ds}{EI} + 0$$

$$\delta_F = \int M \times \bar{M}_0 \frac{ds}{EI}$$

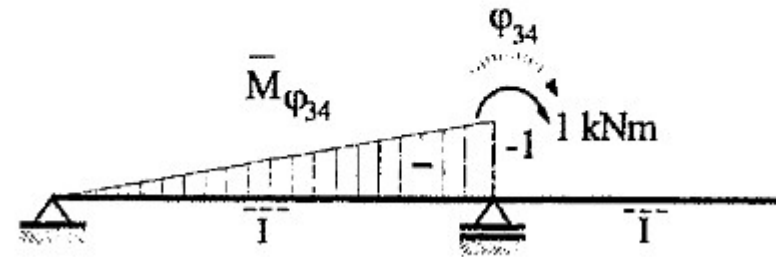
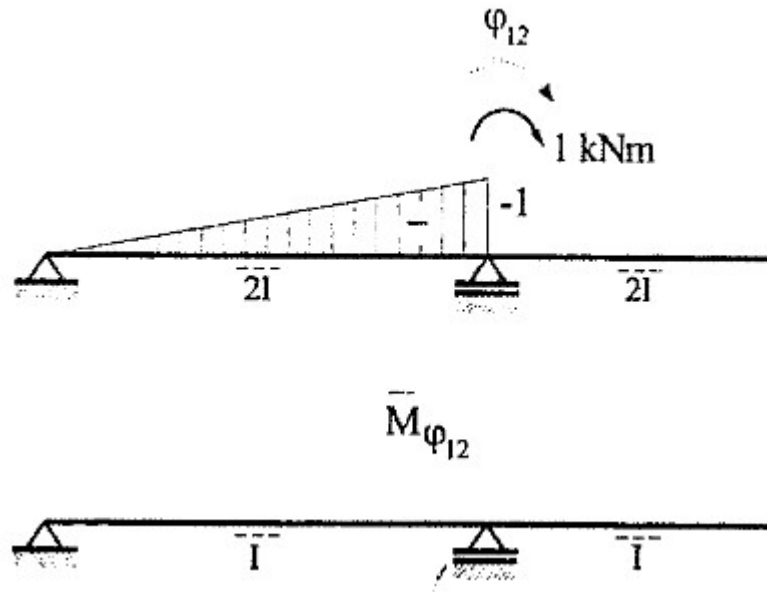
---

$$\delta_F = \frac{1}{3} \times 8 \times (-66.67) \times (-4) \times \frac{1}{EI} + \frac{1}{3} \times 4 \times (-66.67) \times (-4) \times \frac{1}{EI}$$

$$= \frac{1066.72}{EI}$$

x.  $1-2$  ve  $3-4$  mesnetlerindeki dönmelerin hesabı

Buna göre  $\varphi_{12}$  ve  $\varphi_{34}$  dönmelerinin hesabı için yapılan birim yüklemelerden meydana gelen  $\bar{M}_{\varphi_{12}}$  ve  $\bar{M}_{\varphi_{34}}$  diyagramları  $M$  diyagramı ile çarpılarak,



---

$$\phi_{12} = \int \bar{M}_{\phi_{12}} \times M \times \frac{ds}{EI} = \frac{1}{3} \times 8 \times (-1) \times (-133.33) \times \frac{1}{2EI} = \frac{177.77}{EI}$$

$$\phi_{34} = \int \bar{M}_{\phi_{34}} \times M \times \frac{ds}{EI} = \frac{1}{3} \times 8 \times (-1) \times (-66.67) \times \frac{1}{EI} = \frac{177.77}{EI}$$









15.03.2018

35







