

MÜHENDİSLİK MATEMATİĞİ

İLKBAHAR 2016-2017

ARA SINAV

04.04.2017

Talimatlar: Sınavı tamamlamak için **90 dakikanız** var. Sınav sırasında sadece kendi hesap makinenizi kullanabilirsiniz. Cep telefonlarımız kapalı olmalıdır. Cevaplarınızı yazmak için her sorunun altındaki boşluğu kullanınız. Gerekirse fazla boş kağıt dağıtılacaktır. Sınavın **ilk 10 dakikasında** sınav ile ilgili soru sorabilirsiniz. **Ondan sonra soracağımız her soru için notunuzdan 5 puan düşülecektir.** Buna rağmen sorduğunuz soruya cevap alamayabilirsiniz. İyi şanslar!

Ad ve soyad: Ali İhsan Göker

Öğrenci numarası: N/A

İmza: 

CEVAP ANAHTARI

1. a. 1 byte'ta gösterilebilecek maksimum ve minimum sayılar 10'lu sistemde neye karşılık gelir? (15 puan)

$$\begin{array}{cccccccc} & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \text{işaret} \leftarrow & 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 & \\ & & & & & & & & = 127 \text{ maksimum} \\ & & & & & & & & - (127+1) = -128 \end{array}$$

b. $f(x)=x^3+3x-4$ fonksiyonun $x_0=3$ civarındaki Taylor serisi açılımını kullanarak $x=4$ noktasında bu fonksiyonun değerini 2. derece yaklaşımla bulunuz. Kesme hatası ne kadardır? (10 puan)

$$f(4) = f(3) + f'(3) \cdot 1 + \frac{f''(3)}{2} \cdot 1 = 71$$

$$f(4) = 72$$

$$\text{Kesme hatası} = 72 - 71 = 1$$

2. $f(x)=x^3-4x-15$ fonksiyonunun $[1,6]$ aralığındaki kökünü 0.01 toleransla Newton-Raphson metodunu kullanarak bulunuz. (25 puan)

$$f'(x) = 3x^2 - 4$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^3 - 4x_n - 15}{3x_n^2 - 4}$$

Başlangıç değeri $x_0 = 2$ ile başlarsak

n	x_{n+1}
1	3,875
2	3,200
3	3,014
4	3,000
5	3,000

3. Aşağıdaki denklem sistemini önce pivotlayıp sonra Gauss eliminasyon tekniğini kullanarak çözüünüz. (25 puan)

$$8x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3$$

$$4x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 4$$

$$12x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -6$$

Pivotlama \rightarrow

$$\begin{aligned} 12x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= -6 \\ 8x_1 - 4x_2 - 2x_3 &= -3 \\ 4x_1 + 2x_2 - 6x_3 &= 4 \end{aligned}$$

$$-2/3 \left(\begin{array}{ccc|c} 12 & 2 & 2 & -6 \\ 8 & -4 & -2 & -3 \\ 4 & 2 & -6 & 4 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ \downarrow -1/3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 12 & 2 & 2 & -6 \\ 0 & -16/3 & -10/3 & 1 \\ 0 & 4/3 & -20/3 & 6 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \downarrow 1/4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 12 & 2 & 2 & -6 \\ 0 & -16/3 & -10/3 & 1 \\ 0 & 0 & -45/6 & 25/4 \end{array}$$

$$-\frac{45}{6}x_3 = \frac{25}{4} \quad x_3 = -\frac{5}{6} = -0,833$$

$$-\frac{16}{3}x_2 - \frac{10}{3}x_3 = 1 \quad x_2 = \frac{1}{3} = 0,333$$

$$12x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -6 \quad x_1 = -\frac{5}{12} = -0,416$$

4. Aşağıdaki denklem sistemi için Crout ayrıştırma yöntemini kullanarak L ve U matrislerini bulunuz. (25 puan)

$$-3x_1 + 4x_2 - x_3 = -8$$

$$2x_1 - 6x_2 + x_3 = 12$$

$$x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 10$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 \\ 2 & -6 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & U_{12} & U_{13} \\ 0 & 1 & U_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_{11} = -3$$

$$L_{21} = 2$$

$$L_{31} = 1$$

$$L_{11} \cdot U_{12} = 4$$

$$L_{11} \cdot U_{13} = -1$$

$$U_{12} = -4/3$$

$$U_{13} = 1/3$$

$$L_{21} \cdot U_{12} + L_{22} = -6 \Rightarrow L_{22} = -\frac{10}{3}$$

$$L_{31} \cdot U_{12} + L_{32} = -3 \Rightarrow L_{32} = -\frac{5}{3}$$

$$L_{21} \cdot U_{13} + L_{22} \cdot U_{23} = 1 \Rightarrow U_{23} = -\frac{1}{10}$$

$$L_{31} \cdot U_{13} + L_{32} \cdot U_{23} + L_{33} = 2 \Rightarrow L_{33} = \frac{3}{2}$$

$$L = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 2 & -10/3 & 0 \\ 1 & -5/3 & 3/2 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} 1 & -4/3 & 1/3 \\ 0 & 1 & -1/10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$